

Zpracování vícerozměrných signálů

Úvod

Miloslav Richter



Machine Vision Group

Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Organizace kurzu:

[Základní stránka kurzu - plán semestru \(vision.uamt.feec.vutbr.cz ZVS\)](http://vision.uamt.feec.vutbr.cz/ZVS)

[Detailní náplň přednášek](#)

[Vyhláška kurzu](#)

[Literatura](#)

2. [Aplikace zpracování 2D signálu](#) - motivace

3. [Základní pojmy zpracování signálů](#) (opakování) a jejich rozšíření pro 2D signál (základní přehled)

Jednorozměrný signál

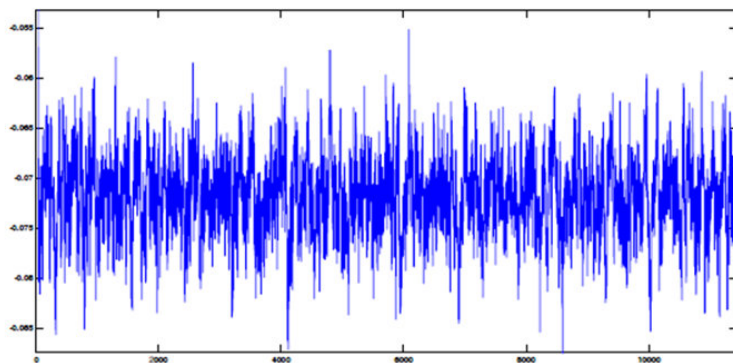
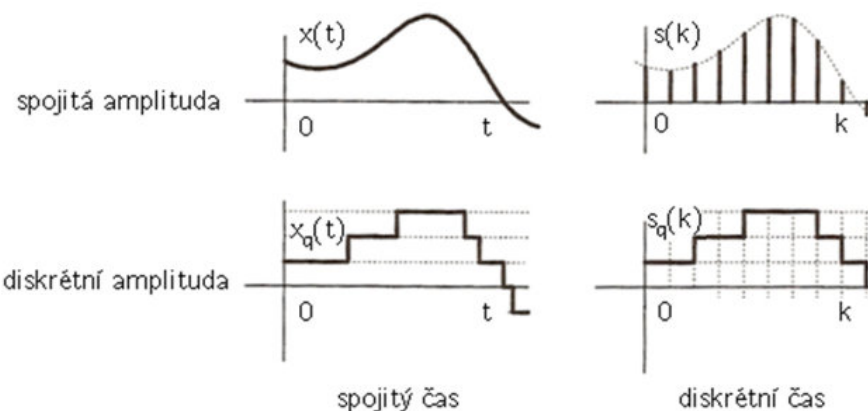
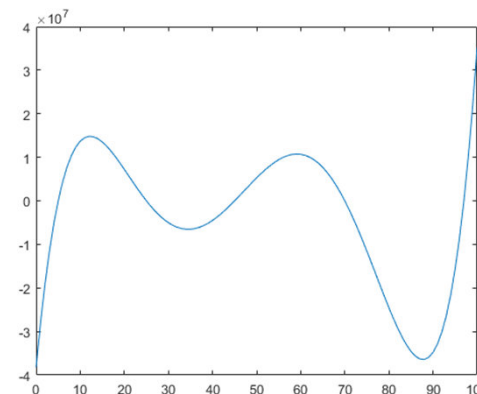
typy, dělení

Co si představujete pod pojmy

- spojitý a diskrétní signál
- kvantizace
- číslicový signál

Jednorozměrný signál

- spojitý v čase i amplitudě
- diskretní, spojitý v čase
- diskretní, spojitý v amplitudě
- vzorkování – pravidelné, nepravidelné
- kvantované hodnoty amplitudy
- deterministický, stochastický

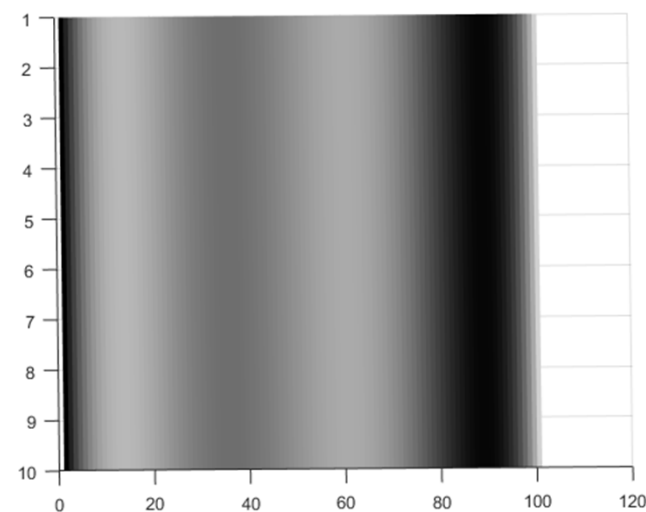
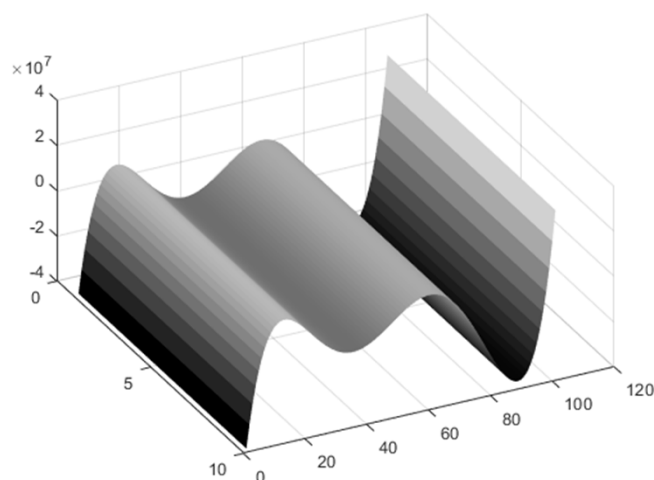
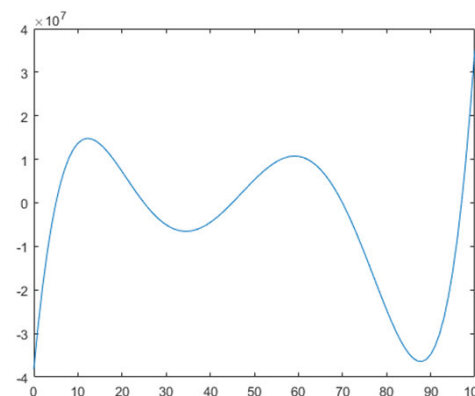


Kvantizace

- Na snímači odpovídá jas náboji (fotony excitovaným elektronům)
- Kvantizace na 2^N úrovní.
N je dáno možnostmi převodníku (8;10;12;14;16 bitů)
N je dáno výsledným paměťovým místem pro uložení (bitová hloubka 8; 16 bitů)
- Důležité pro volbu je kolik z výsledných (nejnižších) bitů je ovlivněno šumem – chlazené detektory

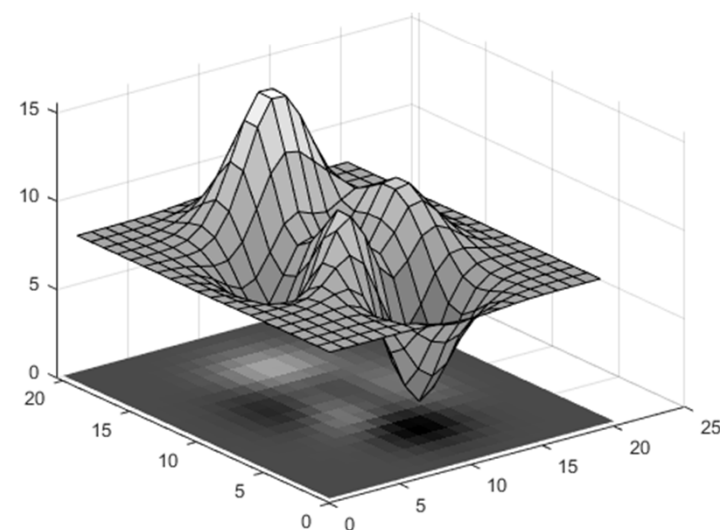
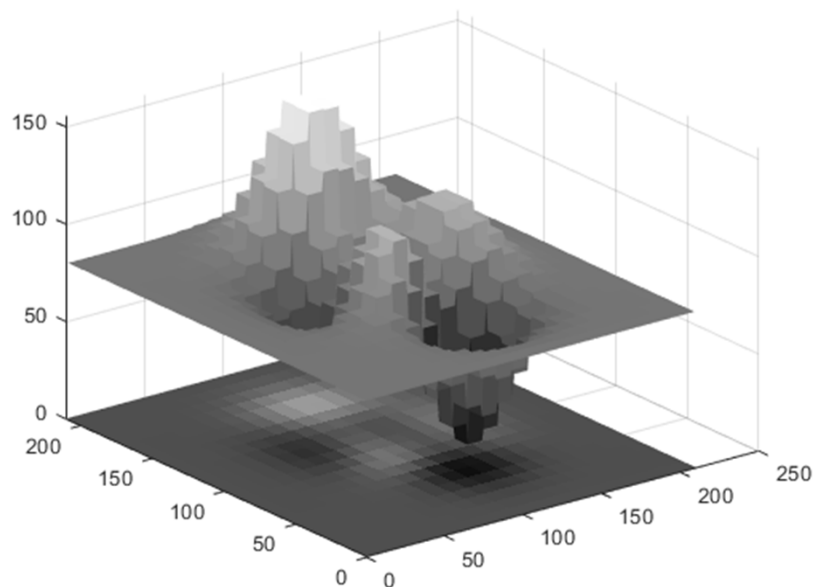
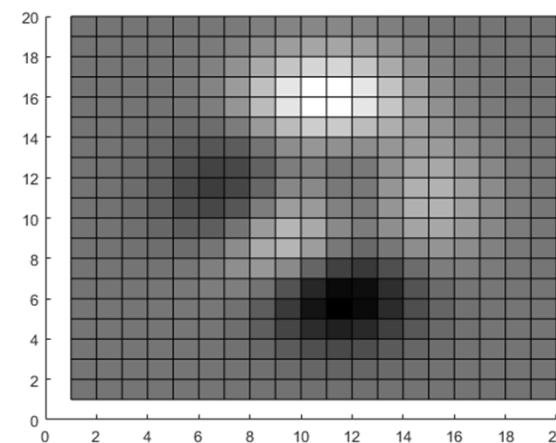
Dvourozměrný signál - spojitý

- Dvourozměrný, dvoudimenzionální (2D), prostorový
- 1D průběh signálu (řez 2D)
- 1D průběh s hodnotami převedenými do šedotónových úrovní (zobrazení hodnot funkce ve 2D)
- Pro 2D - převedení hodnot funkce na jas
- Prostorové zobrazení úrovní 2D



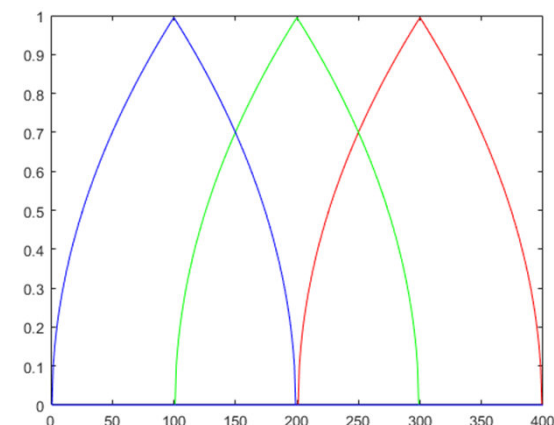
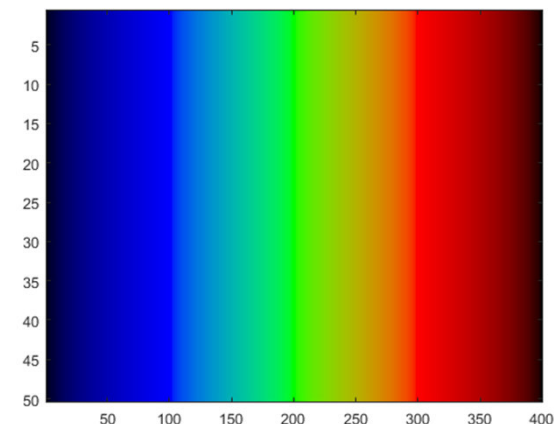
Dvourozměrný signál - diskrétní

- Diskrétní 2D
- Jasový průběh diskretizovaný v ploše tvarem pxl
- „originální spojitý“ jasový průběh s vyznačením hranic pixelů
- Diskretizovaný a kvantovaný průběh (plocha reprezentující pixel má stejnou hodnotu)



Dvourozměrný barevný signál

- Skládá se z více kanálů
(například tři kanály pro formát RGB)
- Barevný tříkanálový (RGB) obraz
- Jasový řez v jednom řádku (pro tři kanály)
- Práce s barevným snímkem
 - Rozklad na několik 2D snímků (např. na tři, pro každou barevnou složku RGB snímku)
 - Práce se všemi složkami barvy naráz



Vzorkování

- vzorkovací frekvence f_s :
 - vzorkování = vždy dochází ke ztrátě informace
 - vhodná volba f_s = minimalizace ztráty informace
- Volba hodnoty f_s je založena na frekvenčním spektru vzorkovaného signálu $s(t)$
- Vzorkovací věta (Nyquist-Shanonn teorém):
spojitý signál $x(t)$ může být rekonstruován z řady diskrétních vzorků $s(k)$ pouze tehdy, pokud je vzorkovací frekvence alespoň dvojnásobná oproti maximální frekvenci ve vstupním signálu:

$$f_s \geq 2 \cdot f_{MAX}$$

Vzorkování – aliasing (moire)

- Pro odstranění antialiasing filtr (rozostření vyšších frekvencí; nekvalitní optika zajistí „automaticky“).
Počet bodů (pxl) musí být minimálně dvojnásobkem počtu čar promítnutých na tutéž délku



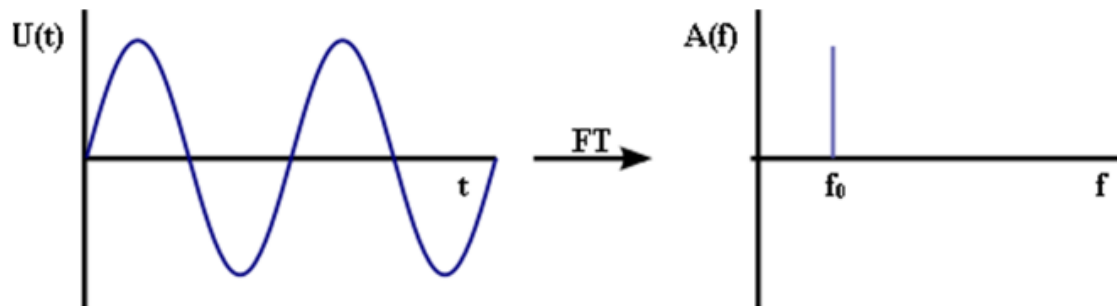
- Obr a text : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Shirt_with_moir%C3%A9_caused_by_aliasing.jpg]

Spektrum jednorozměrného signálu

- FFT transformace 1D:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt \quad S(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)e^{-i\Omega k}$$

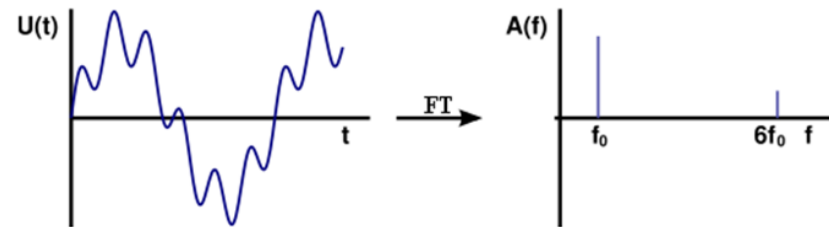
- přímá a zpětná transformace – bezztrátový převod
- komplexní proměnné – Re + Im; Amp + Fáze
- suma základních/bázových funkcí násobených koeficientem
 $U(t) = k \cdot \sin(f \cdot t)$ – pro jednu frekvenci (harmonickou složku)



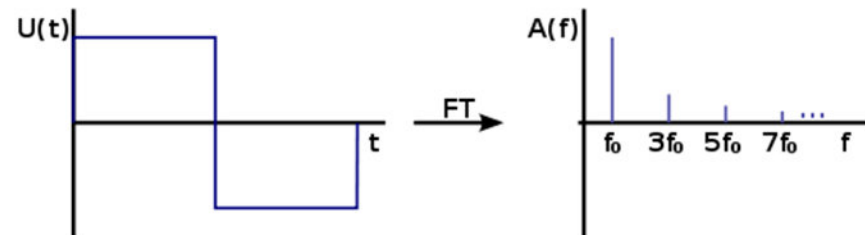
Spektrum jednorozměrného signálu

- Složený z harmonických složek

$$U(t) = \sin(f_0 \cdot t) + \frac{\sin(6 \cdot f_0 \cdot t)}{4}$$



$$U(t) = \frac{\sin(f_0 \cdot t)}{1} + \frac{\sin(3f_0 \cdot t)}{3} + \frac{\sin(5f_0 \cdot t)}{5} + \frac{\sin(7f_0 \cdot t)}{7} + \frac{\sin(9f_0 \cdot t)}{9} + \frac{\sin(11f_0 \cdot t)}{11} + \dots$$



Spektrum dvourozměrného signálu

- FFT transformace 1D:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt \quad S(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)e^{-i\Omega k}$$

- FFT transformace 2D:

$$F(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

přímá tr.

$$F(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)e^{-j2\pi(ux)} dx e^{-j2\pi(vy)} dy$$

přímá upravená

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u, v)e^{j2\pi(ux+vy)} dudv$$

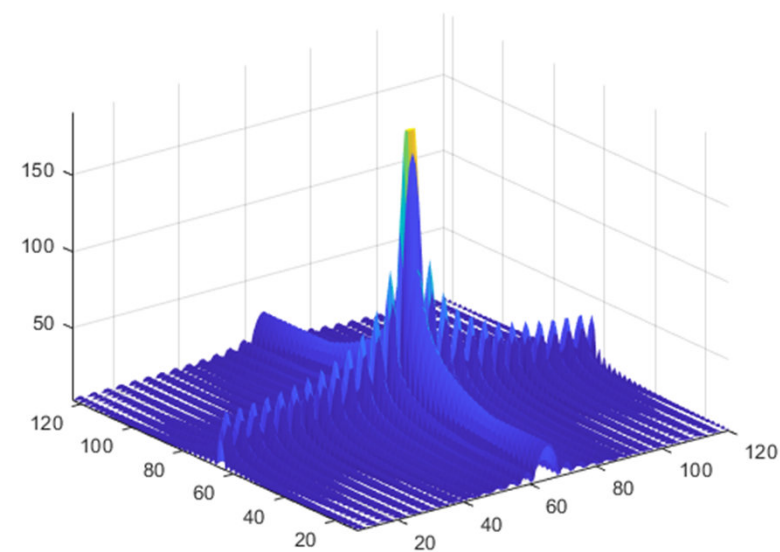
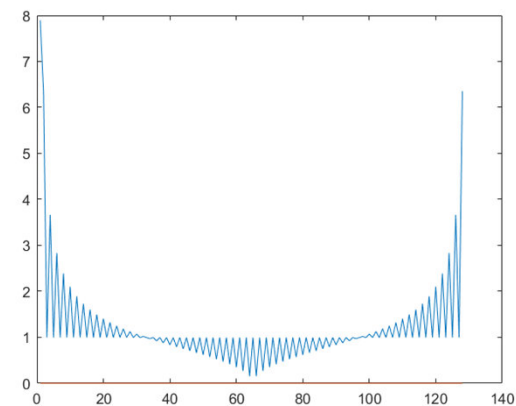
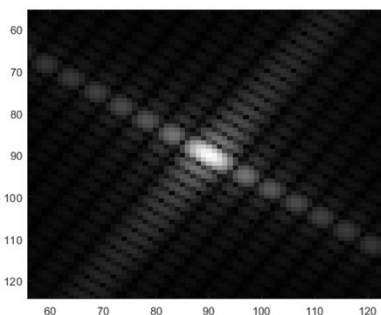
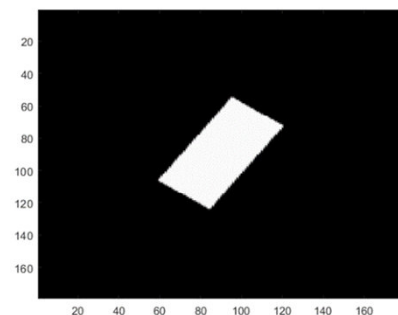
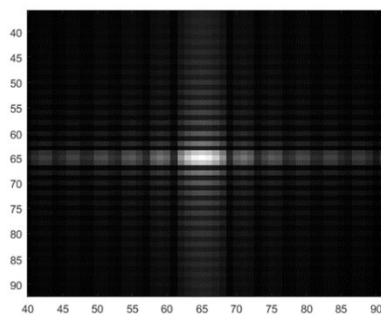
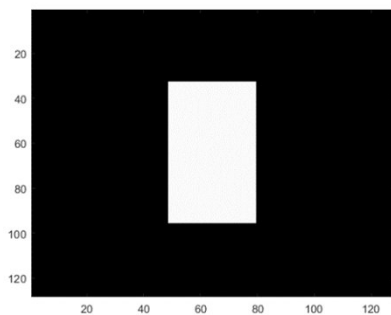
zpětná tr.

- $F(u, v) =$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy = \int \int f(x, y)e^{-j2\pi(ux)} dx e^{-j2\pi(vy)} dy$$

Spektrum dvourozměrného signálu

- Obraz 1D pulzu
- obraz obdélníku a rotovaného obdélníku; příslušná (amplitudová) spektra (sinc)



Korelační koeficient

- Normalizovaná (střídavá) kovariance

$$\begin{aligned}\rho_{x,y} &= \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E((X - \mu_x)(Y - \mu_y))}{\sigma_x \sigma_y} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^2}}\end{aligned}$$

- Určuje míru shody – nabývá hodnot -1 až 1
- Volba tvaru filtru (signál Y) s nulovou střední hodnotou -> zjednodušení
- Hledání maxim a minim na určitém okolí
 - dělení konstantou (rozptyl Y) nemá na maximum vliv
 - velikost stejnosměrné složky signálu maximum neovlivní

- $$s(u) = \frac{\text{cov}(f,g)}{c1.c2} = \frac{E((F-konst)(G-0))}{c1.c2} = c \cdot \sum_{i=-n}^n f(u+i) g(i)$$

Konvoluce

- Opakování

Konvoluce signálu a konv. jádra

- Konvoluce - obecná integrální transformace, operátor
- Popisuje průchod (modifikaci, transformaci) signálu systémem -> signál
- Systém je charakterizován impulsovou charakteristikou – $g(t)$
- $(s * h)[k] = \sum_{i=0}^N s[k - i] \cdot g[i] = \sum_{i=k-N}^k s[i] \cdot g[k - i]$
v kroku k ; filtr délky N ; index i je obdoba času (počítáme jen s minulými vzorky)
- $(s * h)[k] = \sum_{j=-M}^{+M} s[k - i] \cdot g[i]$ celková délka filtru N se volí lichá (symetrický filtr vůči bodu výpočtu; $N=2.M+1$)

Konvoluce x Korelace

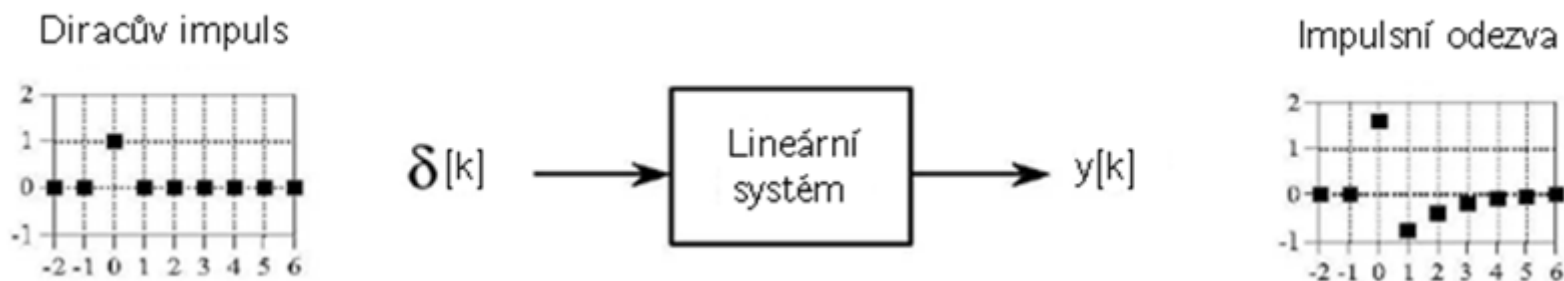
- Pro použití jednoho stejného filtru jsou ekvivalentní. Ze srovnání vzorců plyne, že jsou podobné, pouze dojde k převrácení/otočení filtru.
- Korelace vynásobí signály a udělá jejich sumu
Konvoluce je vliv systému na signál (násobení a suma je součástí systému)
- Konvoluce je komutativní ($a+b=b+a$), u korelace záleží na pořadí
- Konvoluce je asociativní ($a+(b+c)=(a+b)+c$)-> stejný výsledek dá postupná aplikace filtrů stejně jako jedna aplikace filtru, vzniklého konvolucí ostatních
-> velké zjednodušení výpočtů při současné jednoduché tvorbě filtru.
U korelace lze vytvořit filtr se stejnými účinky jako postupná aplikace filtrů korelací, ale tento filtr nevytvoříme postupnou korelací aplikovaných filtrů
- Konvoluce pro dva posouvající se signály je komutativní $f*g$ dá totéž co $g*f$.
Pro korelaci posouvajících se signálů to neplatí
- Konvoluci je možné vypočítat pomocí Fourierovy transformace, což pro signály s velkým množstvím hodnot zrychluje výpočetní čas

Korelace v 1D a 2D

- Korelace = bezměřítková shoda:
– vyhledává v neznámém signálu známý vzor
- $c[k] = s[k] * h[-k]$ při použití vzorce pro konvoluci
- Vzájemná korelace
$$(s * h)[u, v] = \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-k}^{+k} s[u - i, v - j] \cdot h[-i, -j]$$
- Autokorelace
$$(s * s)[u, v] = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} s[i + u, j + v] \cdot s[i, j]$$

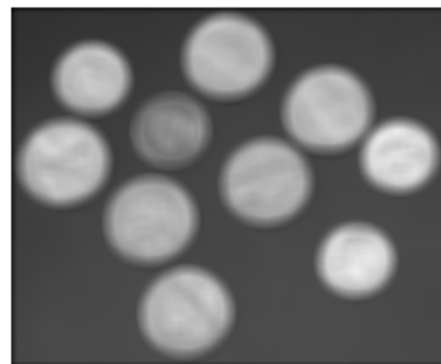
Konvoluce v 1D

- $s[k] * h[k] = y[k]$
- $s[k] * h[k] = \sum_{j=-k}^{+k} s[i] \cdot h[k - i]$
- h je impulsní charakteristika systému/filtaru
- s je vstupní signál, y je výstupní signál (vstup zpracovaný filtrem)

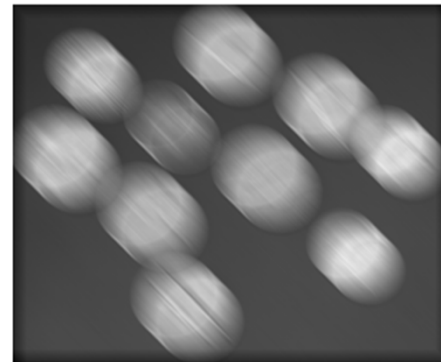


Konvoluce ve 2D

- Originální snímek;
- filtrace průměrováním;
- filtrace diagonálním filtrem



- $(s * h)[u, v] = \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-k}^{+k} s[u - i, v - j] \cdot h[i, j]$



Zpracování vícerozměrných signálů

Úvod

Miloslav Richter



Rozvrh přednášky:

1. Organizace kurzu:

[Základní stránka kurzu - plán semestru \(midas.uamt.feec.vutbr.cz ZVS\)](https://midas.uamt.feec.vutbr.cz/ZVS)

[Detailní náplň přednášek](#)

[Vyhláška kurzu](#)

[Literatura](#)

2. [Aplikace zpracování 2D signálu](#)

3. [Základní pojmy zpracování signálů](#) (opakování) a jejich rozšíření pro 2D signál (základní přehled)