

# Filtrace šumu a poruch

Ilona Janáková



---

Rozvrh přednášky:

1. Řetězec zpracování obrazu.
2. Šum, zkreslení, poruchy.
3. Filtrace šumu.
4. Filtrace ve frekvenční oblasti.
5. Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch.

# Filtrace šumu a poruch

Ilona Janáková



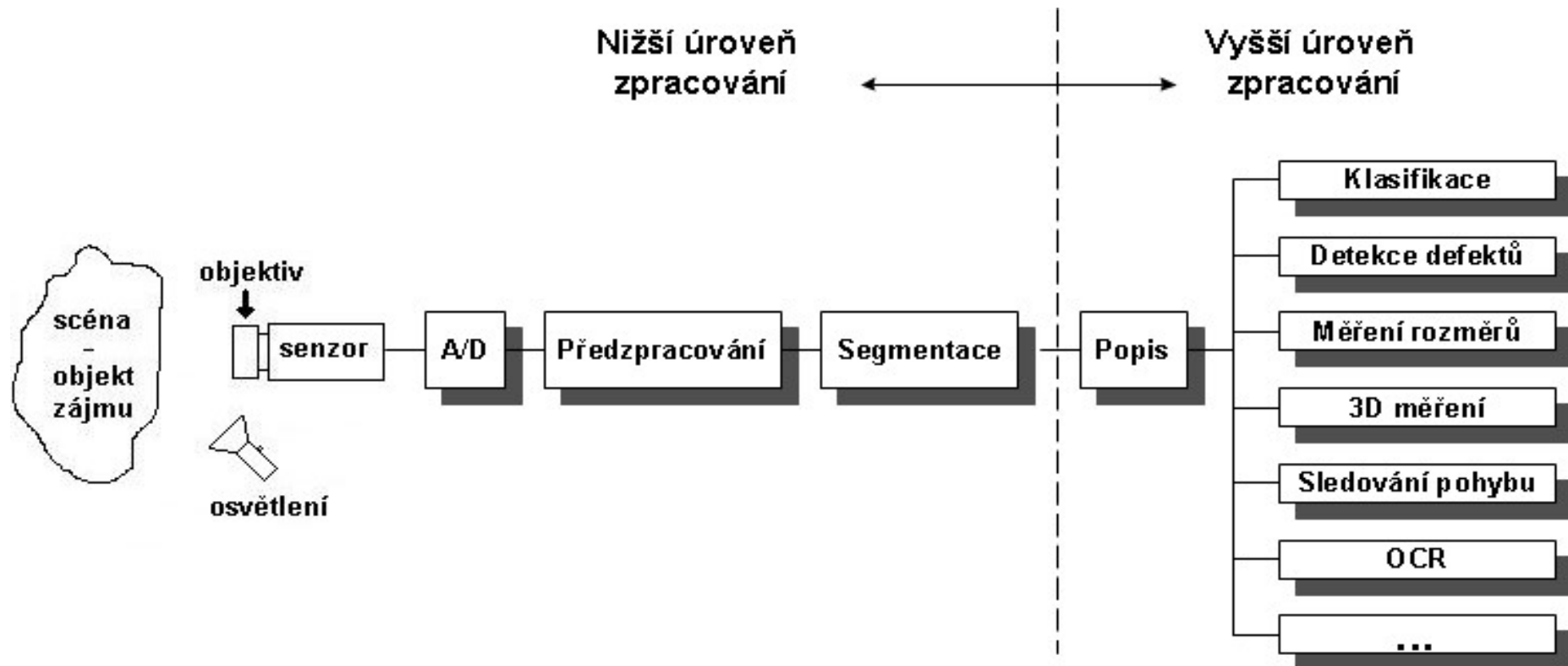
---

Rozvrh přednášky:

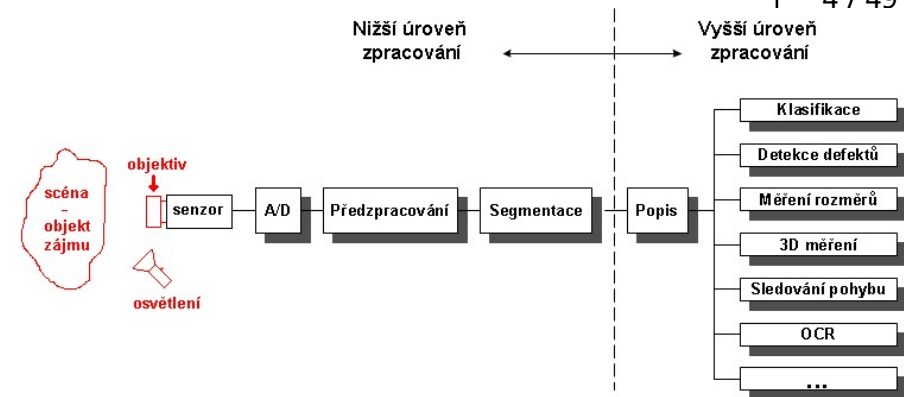
- 1. Řetězec zpracování obrazu.**
2. Šum, zkreslení, poruchy.
3. Filtrace šumu.
4. Filtrace ve frekvenční oblasti.
5. Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch.

# Řetězec zpracování obrazu

- ▶ Vhodný postup operací (bloků) vedoucí k danému výsledku (měření, rozpoznání objektů, inspekce výroby atd.)
- ▶ je lepší, pokud hned od začátku víme k čemu bude obraz použit a k tomu směřujeme všechny jednotlivé kroky

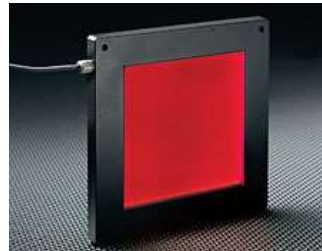


# Řetězec zpracování obrazu – osvětlení, objektiv



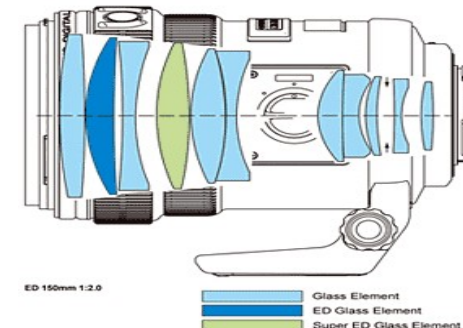
## ▮ Osvětlení

- typ zdroje – sluneční světlo, žárovka, zářivka, výbojka, LED dioda, laser, ...
- provedení, orientace – bodové, plošné, kruhové, světelný pruh, vzor, ... přímé, směrové, rovnoběžné, difusní, boční, zadní ...
- vyzářovací charakteristika, intenzita, polarizace, koherence, ...
- vlnová délka – IR, viditelné, UF

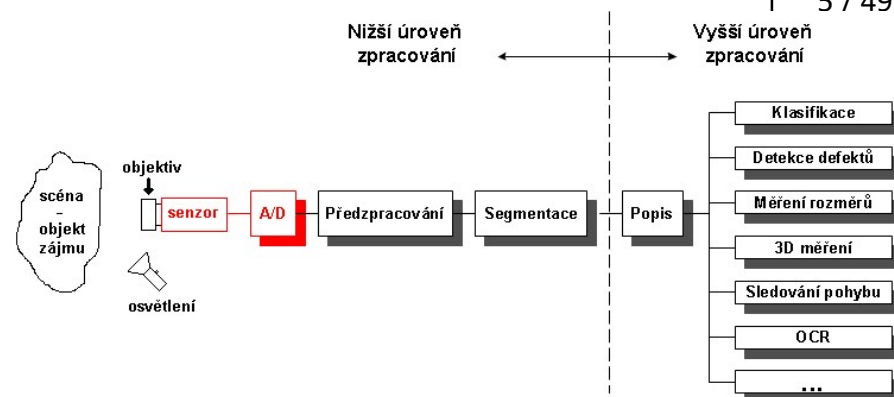


## ▮ Objektiv

- ohnisková vzdálenost – zorný úhel, zorné pole, zvětšení, rozsah ostření, hloubka ostrosti
- světelné číslo, clona – množství světla, které propustí na senzor, průměr clony, světelná řada
- vady objektivů
- přídavné filtry

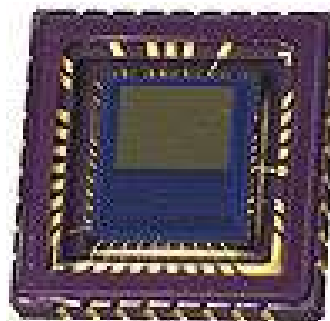
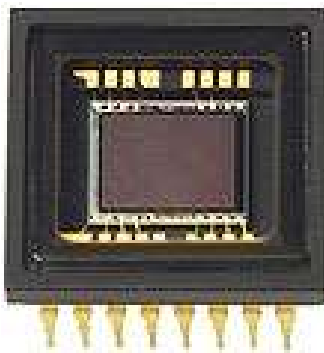


# Řetězec zpracování obrazu – senzor, A/D převod



## ► Senzor

- typ – řádkový (lineární) x plošný (maticový), barevný (jeden x tři čipy), monochromatický
- technologie – CCD, CMOS, progresivní, prokládaný (interlaced)
- rozměr senzoru – nejčastěji 1/3", 1/2", 2/3", rozměr pixelu, pixelové rozlišení, video standard
- spektrální citlivost
- data rate, kontrolní a řídicí signály, interface
- expoziční doba, závěrka

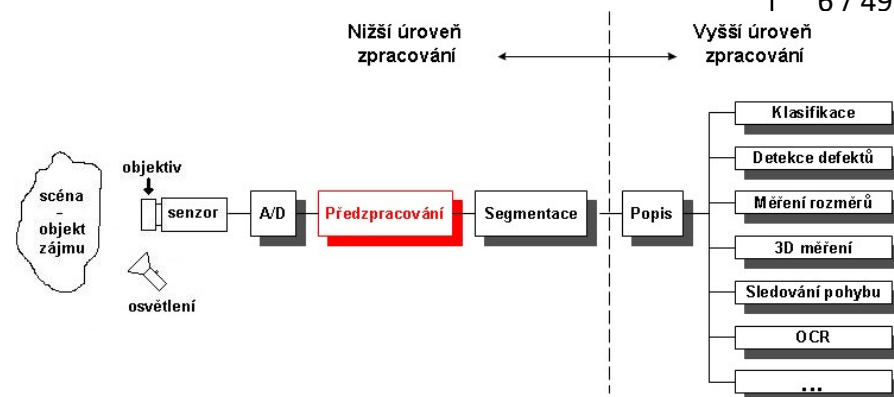


## ► A/D převod

- v závislosti na použitém senzoru - digitalizační karta do PC, součást kamery, ...
- vzorkování a kvantování
- programovatelná hradlová pole, signálové procesory
- mohou být řešeny i některé operace předzpracování obrazu – DFT, prahování, ...



# Řetězec zpracování obrazu – předzpracování

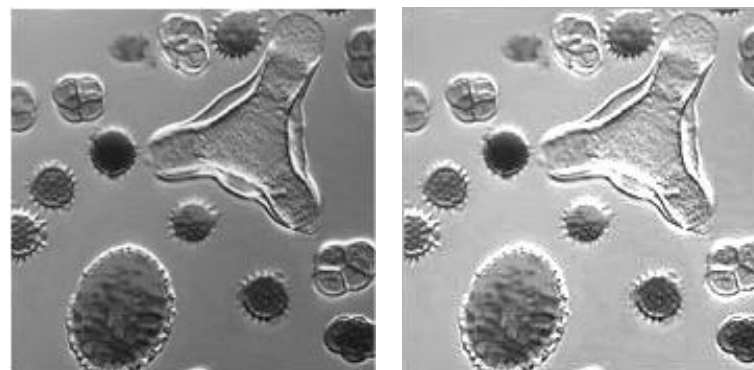


## ► Cíl předzpracování:

- potlačit šum, poruchy, zkreslení
- potlačit či zvýraznit rysy obrazu

## ► Vstupem i výstupem předzpracování je obraz

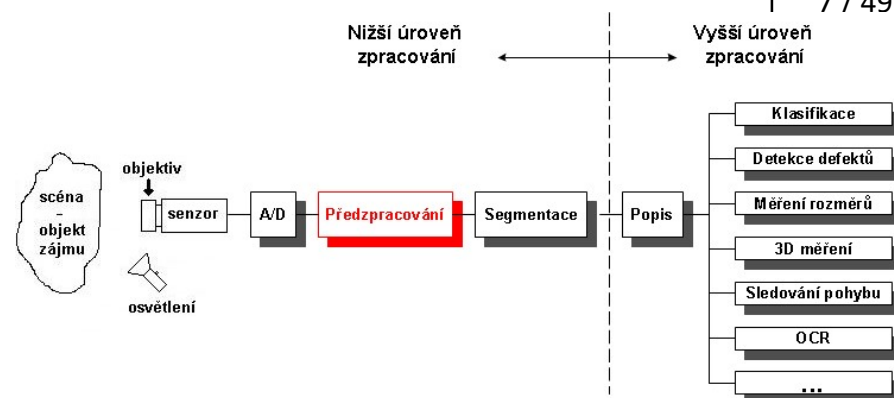
- $g(x,y)$  ... element vstupního obrazu
- $f(x,y)$  ... element výstupního (transformovaného) obrazu





# Řetězec zpracování obrazu – předzpracování

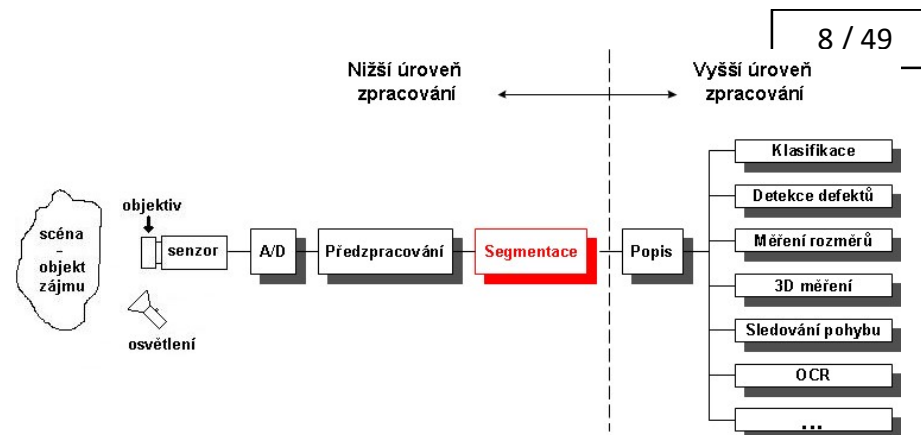
- využívá se nadbytečnosti údajů v obrazu - sousední pixely mají většinou podobnou hodnotu jasu
- řadu operací předzpracování můžeme zjednodušit vhodným nastavením scény, výběrem senzoru, objektivu atd.
- předzpracování musíme vztahovat k tomu, co chceme z obrazu získat, co s ním chceme dělat dál



## METODY:

1. Jasové transformace
  - jasová korekce
  - transformace jasové stupnice
2. Geometrické transformace
  - plošná transformace
  - jasová transformace
3. Lokální předzpracování
  - vyhlazování obrazu
  - detekce hran, ostření
4. Filtrace obrazu v kmitočtové oblasti
5. Restaurace obrazu
6. Matematická morfologie

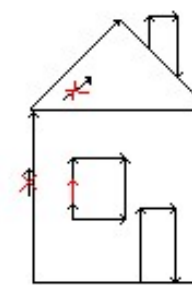
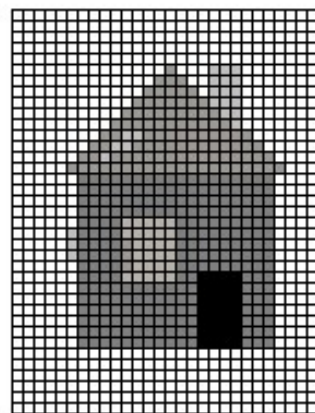
# Řetězec zpracování obrazu – segmentace



## ► Cíl segmentace:

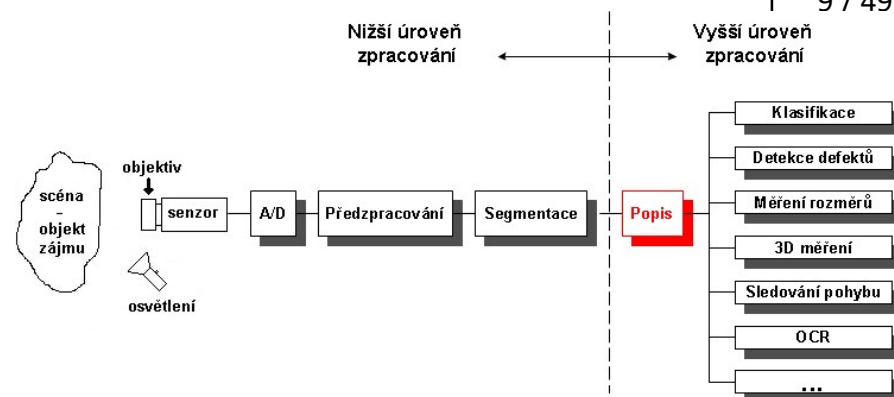
- rozčlenit obraz do částí, které souvisí s předměty či oblastmi reálného světa
  - oddělení objektů od pozadí, analýza obsahu obrazu
- obraz chystáme pro další krok = popis
- redukce dat

- Vstupem segmentace je obraz, výstup může být různý podle použité metody - obraz, části obrazu, poloha objektu v obrazu atd.





# Řetězec zpracování obrazu – popis



## ► Cíl popisu:

- popsat objekty v obrazu (kvalitativně nebo kvantitativně)
  - vede k porozumění obrazu
- Výstup je ovlivněn tím, na co se popis bude používat - vyjádření určité vlastnosti, příznakový vektor, seznam primitiv atd.

## Kvantitativní - vektor příznaků

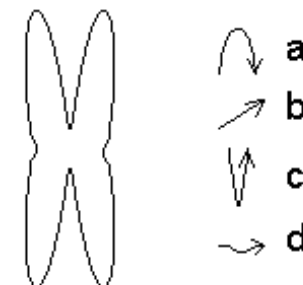
1. barva vlasů (černá = 0, hnědá = 1, blond = 2, rezavá = 3)
2. pohlaví (muž = 0, žena = 1)
3. výška = 175 cm
4. vousy (ne = 0, ano = 1)
5. vzdělání (základní = 0, středoškolské = 1, vysokoškolské = 2)

$$x = [0, 1, 175, 0, 2]$$

Vektor  $x$  tedy popisuje 1,75 m vysokou brunetu s vysokoškolským vzděláním, která nemá vousy.

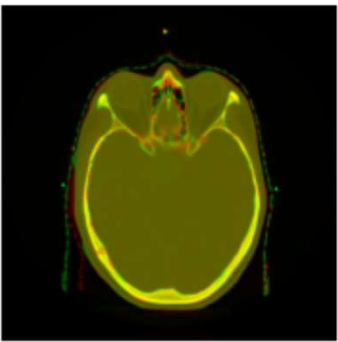
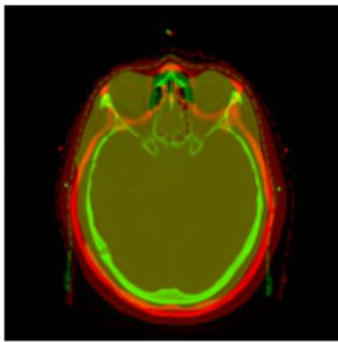
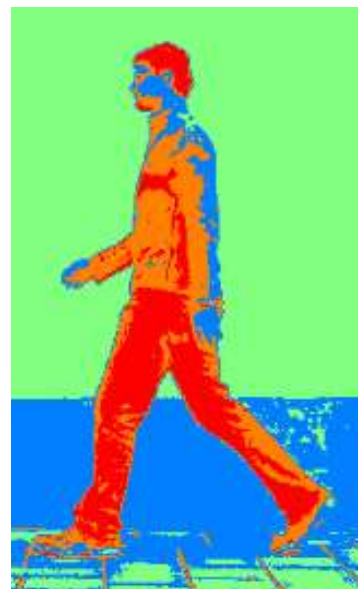
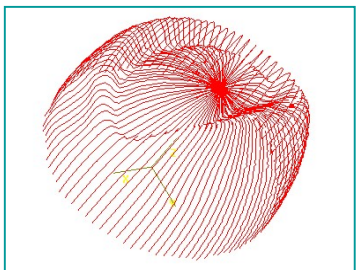
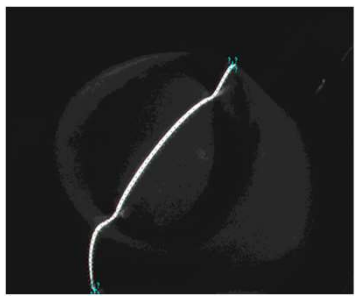
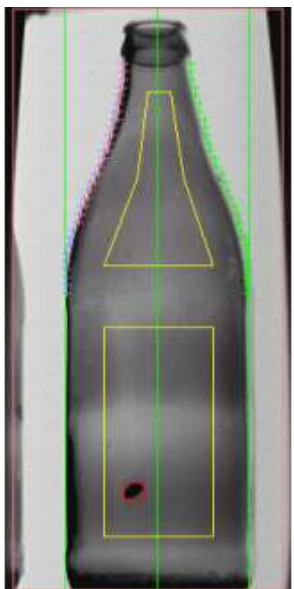
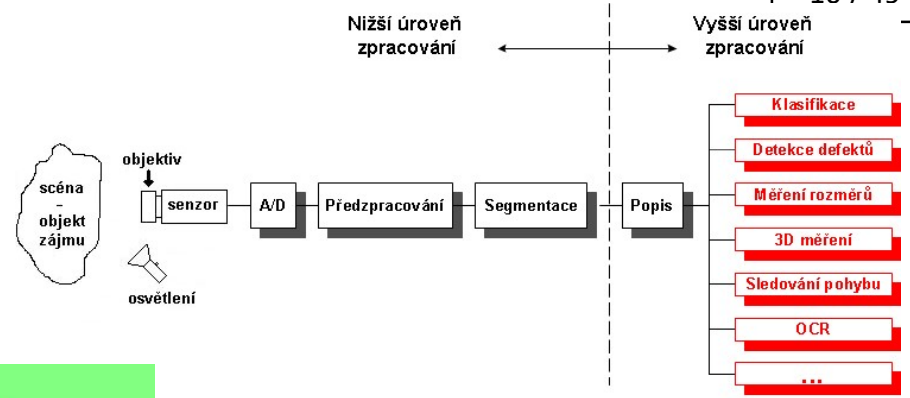
## Kvalitativní – řetězec primitiv

### Popis chromozómu



babcbabdbabcbabd

# Řetězec zpracování obrazu – aplikace



**Optical Braille Recognize**

Software interface for Braille recognition. It shows a scanned Braille image on the left and a control panel on the right. The control panel includes settings for 'Hodnota prahu' (225), 'Úhel natočení' (0,23981), and 'Násobek úhlu' (3). Buttons include 'Nacht scan', 'Prahování', 'Zjistí úhel', 'Naloč', 'Mapa bodů', 'Dekódování', and 'Uložit text'. Below the image, there is a 'Výsledný text' field and a 'Vymaž' button.

**Výsledný text:** Vymaž

2b Šřástrný je,kdo má přátele a smí být přitelem jnych.  
 Šřástrný je,kdo se o své štěstí dělí s ostatními.  
 Šřástrný je,kdo se nezlobí na lomozcl dět,kdo nechá psy štekát a kocky mňoukat.  
 Šřástrný je,kdo si najde čas,aby mohl odpovídat na dětské otázky.  
 Šřástrný je,kde komu se chodí pro radu a kdo může pomáhat.  
 Šřástrný je,kdo přes od fené kalholy a dity v ponožkách věří,že jsou lidé,kteří mají ještě méně nežli on a také nejsou nešťastní.  
 Šřástrný je,kdo přilešitostně vypíná radio,protože by si sám rád zazpíval písničku.

# Filtrace šumu a poruch

Ilona Janáková



Rozvrh přednášky:

1. Řetězec zpracování obrazu.
- 2. Šum, zkreslení, poruchy.**
3. Filtrace šumu.
4. Filtrace ve frekvenční oblasti.
5. Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch.

# Šum, zkreslení, poruchy

## Šum

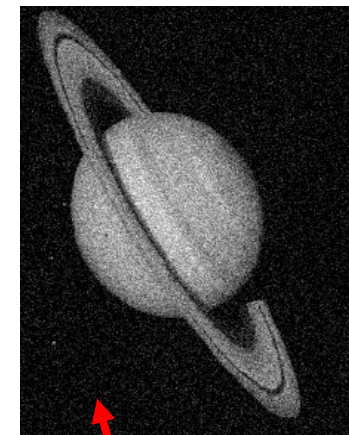
- data bez významu, nenesou informaci, jsou jen nechtěným vedlejším produktem jiných aktivit

## Typy:

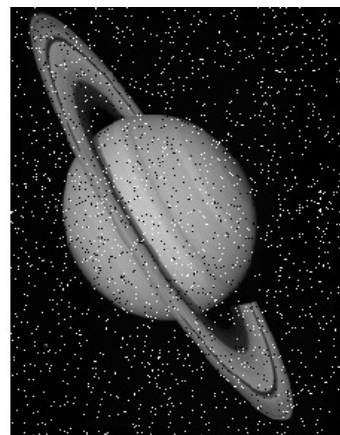
- typu „pepř a sůl“ = zrnění, impulsní šum - u obrazů s více jasovými úrovněmi
- Gaussovský = hustota pravděpodobnosti šumu má gaussovo rozložení
- Poissonovský (Photon counting) – u senzorů pracujících jako čítač fotonů (CCD)
- bílý = idealizovaný, používá se pro simulace nejhorších degradací obrazu, ve výkonovém spektru má rovnoměrně zastoupeny všechny frekvence
- kvantizační = není použit dostatečný počet jasových úrovní
- aditivní = vzniká při přenosu obrazu nebo snímání
- multiplikativní = šum TV rasteru, charakter vodorovných pruhů

## Vznik:

- především při získávání, digitalizaci a přenosu obrazu
- generovaný elektrický signál může být ovlivněn:
  - jiným elmag. zářením (radiové vlny, mikrovlny)
  - nerovnoměrností struktury
  - teplotními kmity krystalové mřížky
  - teplotou polovodičových součástek a integrovaných obvodů
  - při transportu náboje ze senzoru atd.
- nejvíce patrný při špatných světelných podmínkách
  - pro dostatečnou expozici je třeba vyšší citlivost (vyšší zesílení)



Bílý šum



Šum „pepř a sůl“



Gaussovský šum



# Šum, zkreslení, poruchy

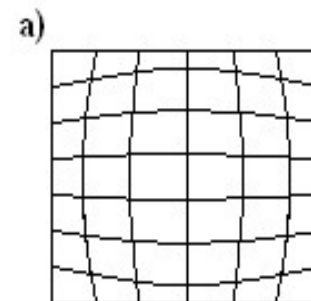
## ▮ Zkreslení a další poruchy

### ▮ Příklady:

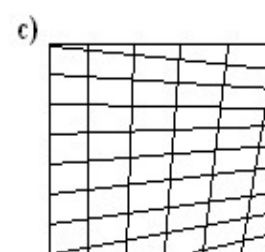
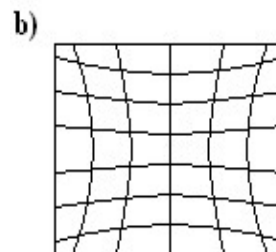
- radiální zkreslení – poduška, soudek
- tangenciální zkreslení - perspektiva
- rozmazání pohybem

### ▮ Vznik:

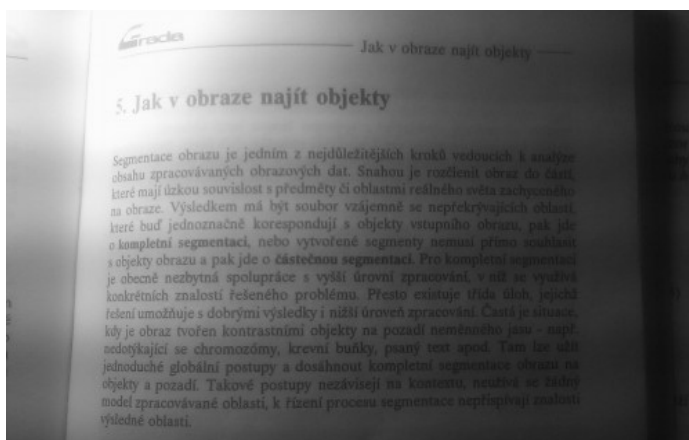
- vada optické soustavy
- nelinearita opticko-elektrického senzoru
- nelinearita záznamového materiálu
- nerovnoměrné osvětlení
- nevhodné zaostření
- vzájemný pohyb snímáče a předmětu
- turbulence atmosféry



a) soudkovitého zkreslení



b) poduška, c) tangenciální - natočení detektoru k ose optiky



Nerovnoměrné osvětlení



Pohyb objektu i snímáče

# Filtrace šumu a poruch

Ilona Janáková



---

Rozvrh přednášky:

1. Řetězec zpracování obrazu.
2. Šum, zkreslení, poruchy.
- 3. Filtrace šumu.**
4. Filtrace ve frekvenční oblasti.
5. Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch.



# Filtrace šumu

- ▮ Filtrace dat = proces, který transformuje data takovým způsobem, že struktury určitého charakteru zesiluje či potlačuje
- ▮ Filtrace šumu = vyhlazování = zeslabení statistických fluktuací
  - řeší se jako potlačení vyšších frekvencí
    - = potlačení náhodného šumu,
    - = ale i jiných náhlých změn (ostré čáry a hrany)
  - využívá se nadbytečnosti dat = stejné pixely v čase nebo okolí
- ▮ Provádí se v rámci bloku operací „Předzpracování obrazu“

## **METODY:**

1. Časová filtrace - filtrace přes více snímků
2. Prostorová filtrace
  - Lineární filtry
  - Nelineární filtry
  - Matematická morfologie
3. Filtrace ve frekvenční oblasti

# 1. Časová filtrace

## ► Filtrace přes více snímků

- pro statické scény lze použít průměrování stejných pixelů přes více snímků nebo jiná statistika (medián atd.)
- výhodou je, že nerozmazává hrany

$$f(i, j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n g_k(i, j)$$

- pro dynamické scény, kdy se pohybuje objekt před statickým pozadím
  - nejjednodušší je pořídít snímky bez objektu
  - anebo, pokud to není možné, lze použít model prostředí (pozadí), např. model s lineárním zapomínáním

$$b(i, j) = \alpha \cdot g_k(i, j) + (1 - \alpha) \cdot b(i, j) \quad \text{kde } \alpha \text{ představuje míru zapomínání, např. } \alpha=0.001$$

- pro dynamické scény, kdy se např. pohybuje kamera, nebo chceme filtrovat šum pohybujícího se objektu, je třeba nejdříve analyzovat vlastnosti pohybu (např. optický tok)

## 2. Prostorová filtrace – lokální předzpracování

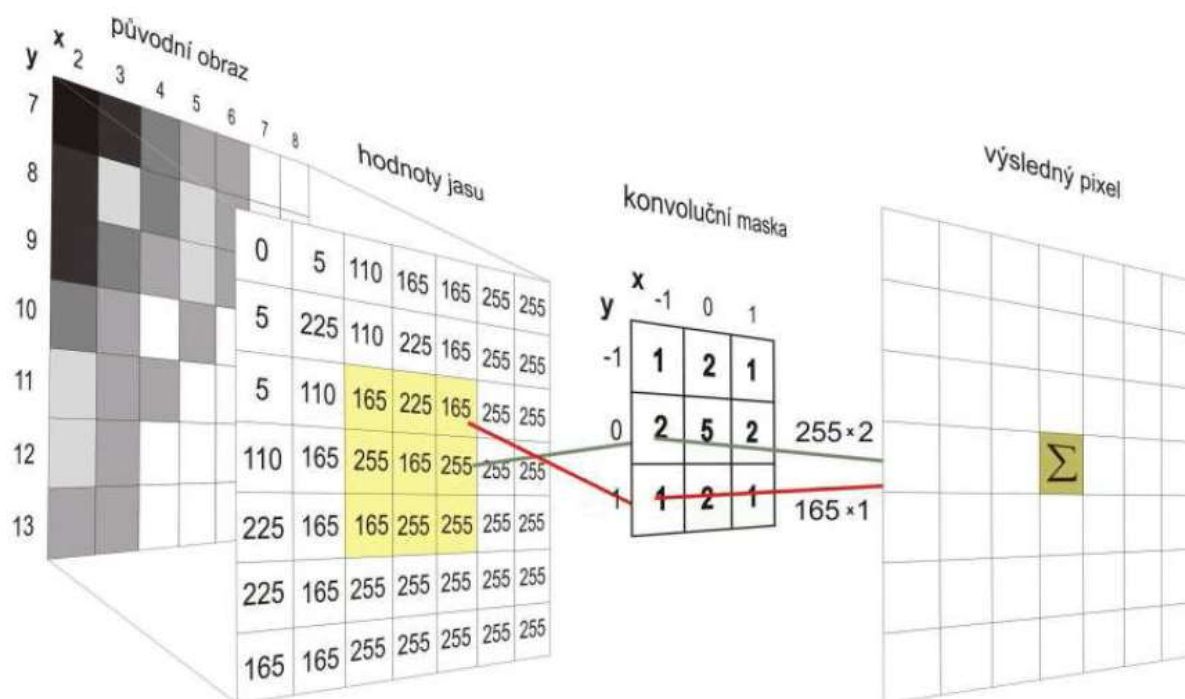
- ▶ pro filtraci jednoho obrazu v jeho prostorových souřadnicích se používají lokální operace - využívá se nadbytečnosti dat = stejné pixely v okolí
- ▶ lokální operace využívají pro výpočet jasů bodu ve výstupním obrazu jen lokální okolí odpovídajícího bodu ve vstupním obrazu – buď typický reprezentant nebo kombinace hodnot
  
- ▶ **Podle cíle:**
  - potlačení šumu - vyhlazování obrazu
  - detekce hran (gradientní operátory, ostření)
  
- ▶ **Zda jsou prostorově invariantní nebo závislé na poloze v obrazu**
  
- ▶ **Podle funkčního vztahu:**
  - lineární
  - nelineární
    - **Lokální lineární filtry** - intenzita bodu je rovna součtu součinů intenzit bodů v okolí a příslušných váhových koeficientů (matice koeficientů = filtr)
    - **Lokální nelineární filtry** - intenzita bodu není dána lineární kombinací vstupních hodnot, ale jiným algoritmem, nejčastěji vybírá některou z hodnot ve stanoveném okolí

## 2. Lokální lineární filtry – konvoluce

- jas v bodě  $(i,j)$  je dán lineární kombinací jasů v okolí  $O$  (velikosti  $M \times N$ ) vstupního obrazu  $g$  s váhovými koeficienty  $h$  (konvoluční jádro = **filtr**).
- pro izoplanární systémy (nezávislé na poloze) = diskrétní konvoluce:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) = \sum_{i=-M/2}^{M/2} \sum_{j=-N/2}^{N/2} f(x-i, y-j) \cdot h(i, j)$$

- součet váhových koeficientů vyhlazovacích filtrů musí vždy být roven jedné



## 2. Lokální lineární filtry - průměrování

### ► Lokální aritmetický průměr

- lineární operace, proto můžeme řešit konvolucí
- rozmazává hrany

Př. filtrů:

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1D horizontální:  $h = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

1D vertikální:  $h = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

### ► Průměr se zvýšením váhy středu

zvýšení váhy středu:  $h = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

nebo 4-sousedů:  $h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

## 2. Lokální lineární filtry – filtr s Gaussovým rozložením

### ► Filtr s Gaussovým rozložením

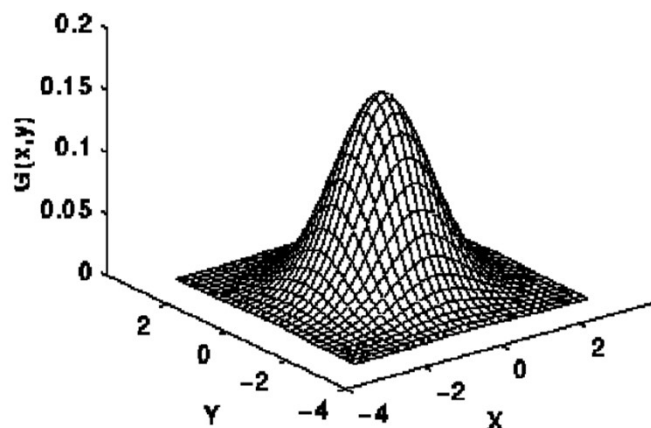
- Gaussovo (normální) rozložení:

$$1D: G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



$$2D: G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

kde  $x, y$  jsou souřadnice obrazu a  $\sigma$  je směrodatná odchylka (udává velikost okolí, na kterém filtr pracuje)



Př. filtru 5x5:

$$\frac{1}{273}$$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

### ► Průměrování s omezením změn

- povolení jen určitých změn mezi původním jasem a výsledkem průměrování (menších/větších než)
- vypočítáme konvoluci, porovnáme s původním jasem a podle výsledku zvoleného kritéria buď dosadíme novou hodnotu, nebo necháme původní



## 2. Lokální nelineární filtry – hodnota z okolí

### ► Medián (kvantil $Q_{0,5}$ )

- medián číselné posloupnosti je číslo, které se po uspořádání podle velikosti nachází uprostřed této posloupnosti
- výhoda: redukuje rozmazávání hran; nevýhoda: poškozuje tenké čáry a ořezává ostré rohy

10	10	15	16	16
10	10	15	16	16
10	10	10	16	16
10	10	15	16	16
10	10	15	16	16

10 10 10 10 **15** 15 16 16 16

10 → 15

10	10	5	10	10
10	10	5	10	10
10	10	5	10	10
10	10	5	10	10
10	10	5	10	10

5 5 5 10 10 **10** 10 10 10 10

5 → 10

### ► Modus

- hodnota, která se v daném okolí vyskytuje nejčastěji (je to hodnota intenzity s největší relativní četností)

### ► Minimum/maximum

- označovaný také jako eroze/dilatace, vybírá z blízkého okolí bod s minimální/maximální hodnotou intenzity a tu pak dosadí do výsledného bodu
- minimum - potlačení šumu ve tmavých částech obrazu, ale také zeslabení čar a eroze objektu (světlý objekt na tmavém pozadí)
- maximum - potlačení šumu ve světlých částech obrazu, ale také zesiluje čáry a zvětšuje objekt

### ► Konzervativní filtr

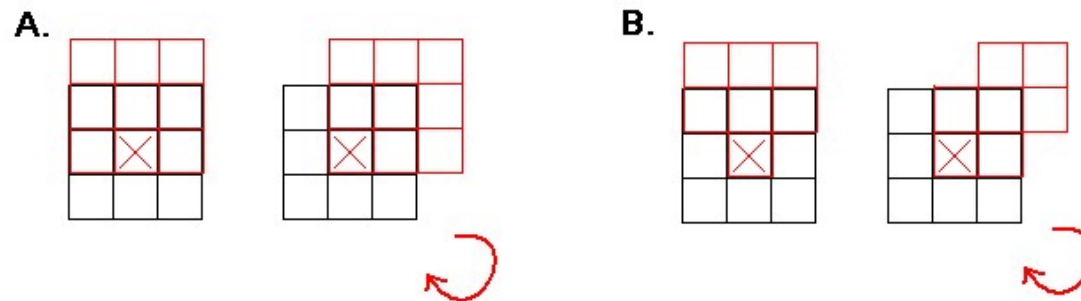
- k odfiltrování izolovaných pixelů s výjimečně vysokou nebo nízkou intenzitou (například šum typu sůl a pepř)
- nalezne min. a max. hodnotu intenzity z okolí počítaného pixelu
- je-li hodnota tohoto pixelu mezi minimem a maximem, je ponechána původní hodnota
- jinak je pixel nahrazen novou hodnotou, jež je odvozena z nepostižených sousedních pixelů. Např. v případě, že je jeho hodnota menší než minimum, je nahrazen tímto minimem a naopak.

## 2. Lokální nelineární filtry – rotující maska

### ► Vyhlažování rotující maskou

- podle homogenity (např. rozptylu) jasů hledá k filtrovanému bodu část jeho okolí, ke které pravděpodobně patří a tu pak použije pro výpočet
- částečně řeší problémy s rozmazáváním a porušováním tenkých čar a ostrých rohů, dokonce mírně ostřící charakter, nevýhodou je však vyšší časová náročnost výpočtu
- osm, resp. devět pozic stejné masky, různé masky

Př. masek (A, B) a naznačení prvních dvou pozic masek:



### Algoritmus:

1. Přes všechny body  $(x,y)$  obrazu
2. Přes všechny pozice masky
3. Výpočet rozptylu jasů

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{(M,N) \in O} \left( g(x,y) - \frac{1}{n} \sum_{(M,N) \in O} g(x,y) \right)^2$$

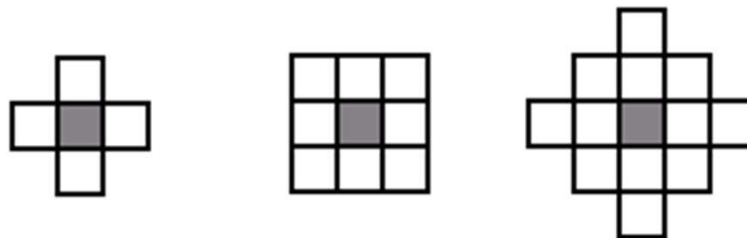
$O$  ... okolí ( $M \times N$ ),  $n$  ... počet bodů masky

4. Výběr pozice s nejmenším rozptylem
5. Přiřazení bodu  $(x,y)$  výstupního obrazu hodnotu např. aritmetického průměru jasů vybrané pozice masky

## 2. Lokální filtry - volba tvaru a velikosti filtru

### ▮ Tvar

- filtry jsou nejčastěji voleny tvaru čtverce (osmiokolí) s lichým počtem prvků – 3x3, 5x5, 7x7 ,... - vhodné především pro řešení konvolucí
- lze však použít filtry různých tvarů – např. tvar kříže (čtyřokolí), nesymetrické filtry, horizontální a vertikální (např. 1x3 nebo 3x1)



### ▮ Velikost

- velikost filtru musí být volena tak, aby nebyly filtrovány malé detaily v obrazu
- větší vyhlazovací filtry lépe potlačují šum, ale bohužel i další rysy obrazu
- např. větší průměrovací filtr více sníží rozdíl intenzity zašuměného pixelu a jeho okolí bez šumu (více hodnot pro průměr), ale větší okolí je také ovlivněno tímto šumem, více rozmaže hrany
- např. větší okolí pro výpočet mediánu potlačí i silnější čáry a více „ohladí“ rohy

## 2. Lokální filtry – ukázka výsledků

### Ukázka výsledků

- obrázek zatížen šumem typu „pepř a sůl“ s hustotou 0,02

Original



Prumer 3x3



Prumer 5x5



Prumer 7x7



Gauss 3x3, sigma = 0,7



Gauss 5x5, sigma = 0,7



Median 3x3



Median 5x5



## 2. Matematická morfologie

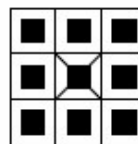
### ► Používá se pro:

- předzpracování (odstranění šumu, zjednodušení tvaru objektů)
- zdůraznění struktury objektů (kostra, ztenčování, zesilování, výpočet konvexního obalu, označování objektů)
- popis objektů číselnými charakteristikami (plocha, obvod, projekce)

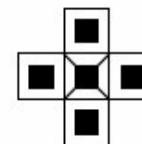
### ► úlohu vyhodnocení obrazu geometrizuje

### ► základem jsou tvar objektů a transformace, které ho zachovávají

### ► jsou realizované jako relace obrázku s jinou menší bodovou množinou = strukturní element – elementem systematicky pohybujeme v obrazu



(a)



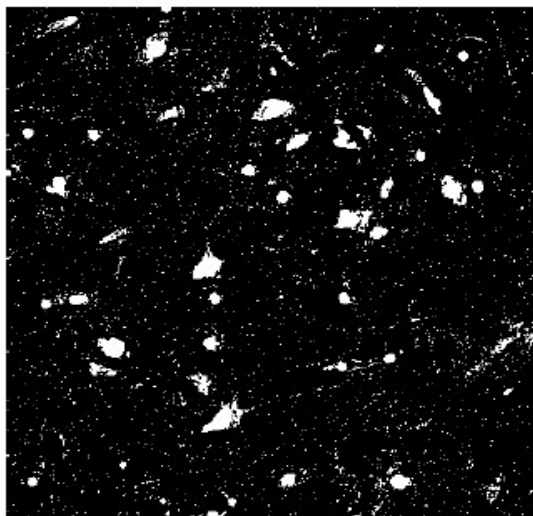
(b)



(c)

### ► Základní operace:

- dilatace – vektorový součet
- eroze – vektorový rozdíl
- otevření
- uzavření
- transformace Tref či miň (Hit or miss)
- ztenčování
- zesilování



Binární otevření  
- 7 pix široký kruhový element

# Filtrace šumu a poruch

Ilona Janáková



---

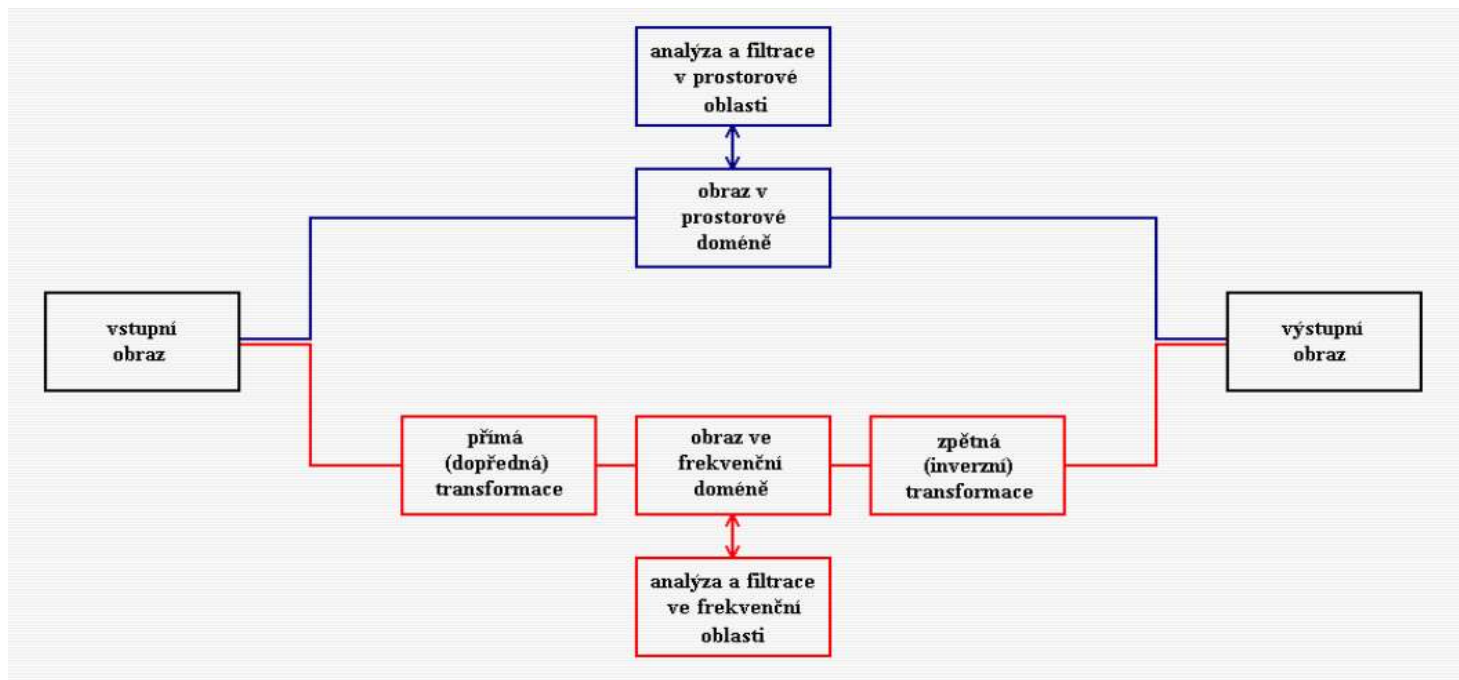
Rozvrh přednášky:

1. Řetězec zpracování obrazu.
2. Šum, zkreslení, poruchy.
3. Filtrace šumu.
- 4. Filtrace ve frekvenční oblasti.**
5. Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch.



### 3. Filtrace ve frekvenční oblasti

- ▶ Převod do frekvenční oblasti - nejčastěji Fourierova nebo kosínová, vlnková (wavelet) transformace
- ▶ lze aplikovat na celém obraze či jen na výřezu



#### Filtrace v prostorové oblasti

- lineární kombinace vstupního obrazu s koeficienty (většinou lokálního) filtru  
– konvoluce obrazu s filtrem

**X**

#### Filtrace ve frekvenční oblasti

- převod do frekvenční oblasti (např. Fourierova transformace), tam filtrace a převod zpět  
– součin spekter obrazu a filtru

### 3. 1D Fourierova transformace

- ▶ Provádí jednoznačný obousměrný převod signálů mezi časovou reprezentací  $f(t)$  a frekvenční reprezentací  $F(\xi)$
- ▶ umožňuje analyzovat frekvenční obsah (spektrum) signálu
- ▶ každá 1D funkce se dá vyjádřit jako integrál (vážený součet) mnoha komplexních exponenciál -sinusovek a kosinusovek

#### ▶ Spojitá

- $\mathcal{F}\{f(t)\} = F(\xi), f(t) = \mathcal{F}^{-1}\{F(\xi)\}$

$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-2\pi i \cdot \xi \cdot t} dt \qquad f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \cdot e^{2\pi i \cdot \xi \cdot t} d\xi$$

$\xi$  ... frekvence  
 $2\pi\xi$  ... úhlová frekvence

#### ▶ Diskrétní

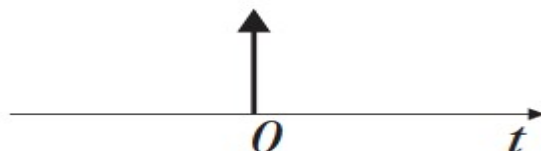
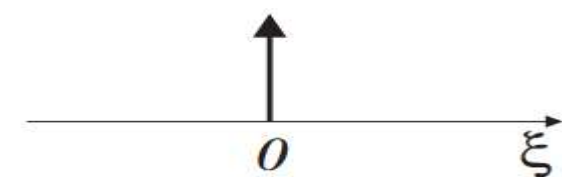
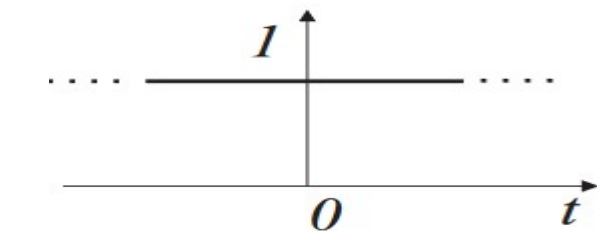
- $\mathcal{F}\{f(n)\} = F(k), f(n) = \mathcal{F}^{-1}\{F(k)\}$

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \cdot e^{\frac{-2\pi i \cdot k \cdot n}{N}} \qquad f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \cdot e^{\frac{2\pi i \cdot k \cdot n}{N}}$$

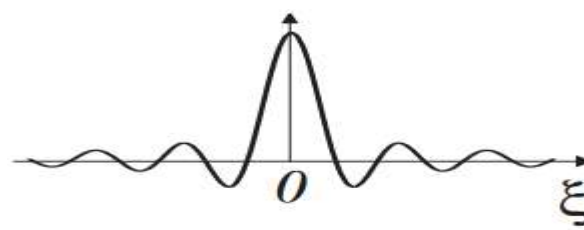
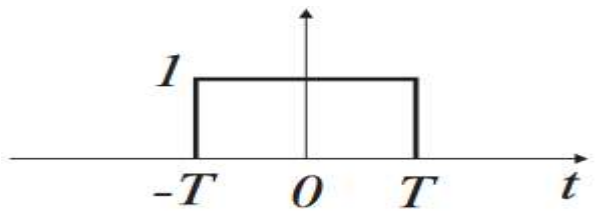
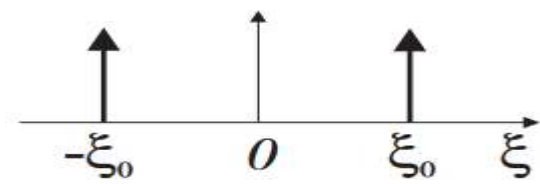
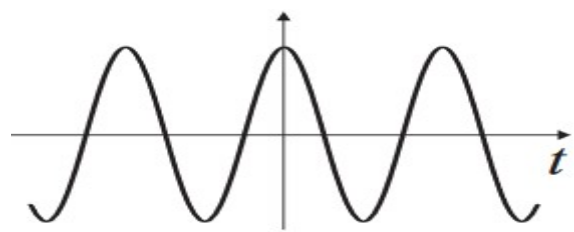
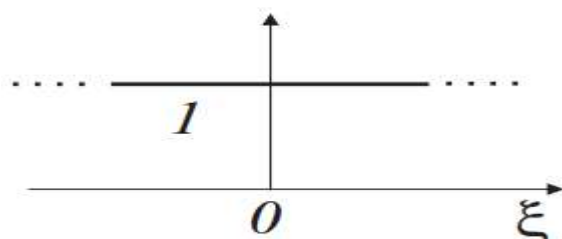
### 3. 1D Fourierova transformace - příklady

$f(t)$

$F(\xi)$



FT  
→



## 3. 2D Fourierova transformace

- 2D Fourierova transformace = dvojnásobná 1D Fourierova transformace

$$F(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{y=0}^{M-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-2\pi i \cdot x \cdot u}{N}\right) \right] \exp\left(\frac{-2\pi i \cdot y \cdot v}{M}\right)$$

- výraz v hranatých závorkách odpovídá 1D Fourierově transformaci  $m$ -tého řádku. Nyní je každý řádek nahrazen Fourierovským spektrem a může se následně vypočítat 1D diskretní Fourierovou transformací každého sloupce.

### 2D diskretní Fourierova transformace

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{y=0}^{M-1} \sum_{x=0}^{N-1} f(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-2\pi i \cdot x \cdot u}{N} + \frac{-2\pi i \cdot y \cdot v}{M}\right)$$

$F(u, v)$  ... frekv. spektrum obrazu  
 $u, v$  ... frekvenční souřadnice  
 $M, N$  ... rozměry obrazu  
 $f(x, y)$  ... obrazová funkce

$$f(x, y) = \sum_{v=0}^{M-1} \sum_{u=0}^{N-1} F(u, v) \cdot \exp\left(\frac{2\pi i \cdot x \cdot u}{N} + \frac{2\pi i \cdot y \cdot v}{M}\right)$$

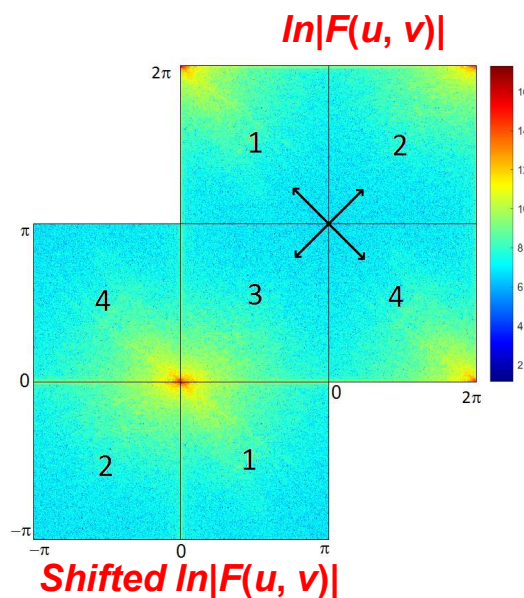
- každou obrazovou funkci  $f(x, y)$  lze rozložit na lineární kombinaci harmonických (sinusovek, kosinusovek, obecněji ortonormálních) funkcí

## 3. 2D Fourierova transformace - zobrazení

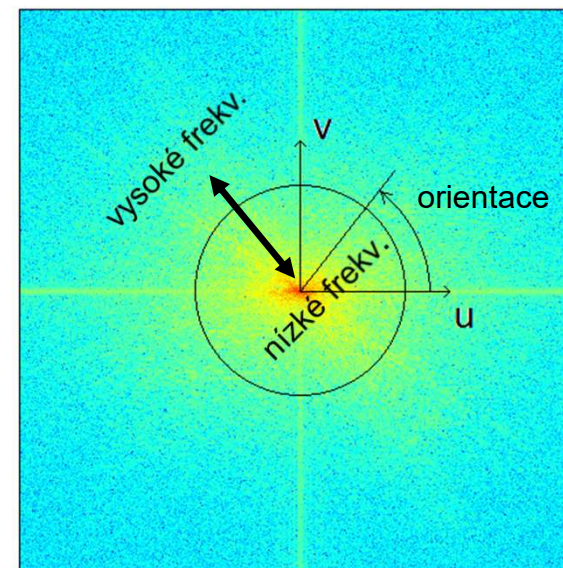
### ► Centrované spektrum

- využívá se amplitudová charakteristika nebo výkonová spektrální hustota
- pro zobrazení se většinou používá centrované spektrum – s počátkem souřadnic (0, 0) ve středu spektra
- díky symetriím spektra lze jen prohodit jednotlivé kvadranty
- pro zobrazení je také někdy vhodnější (pro snížení rozsahu) použít logaritmus spektra

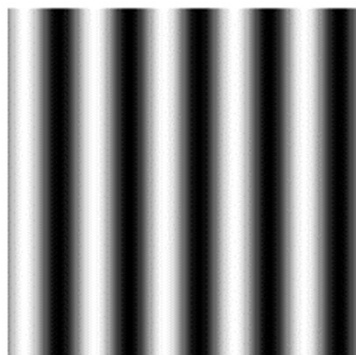
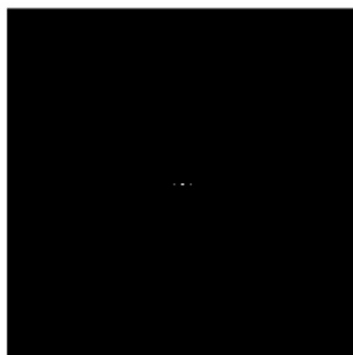
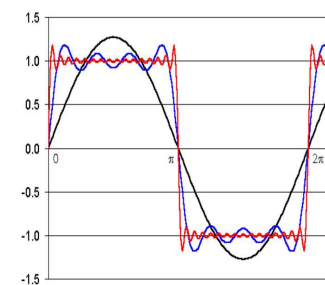
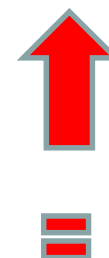
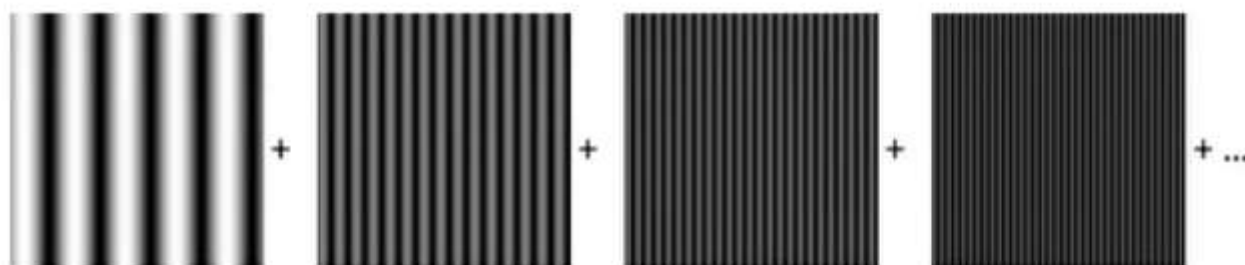
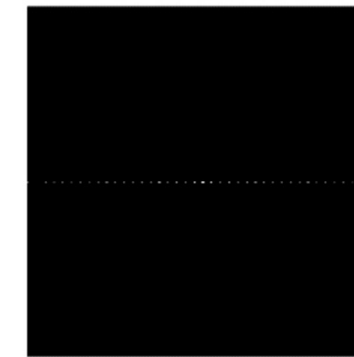
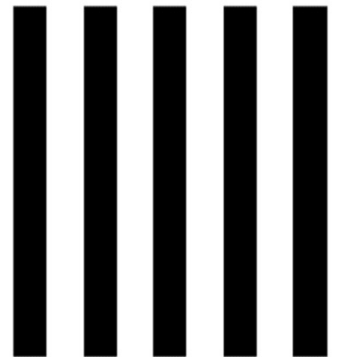
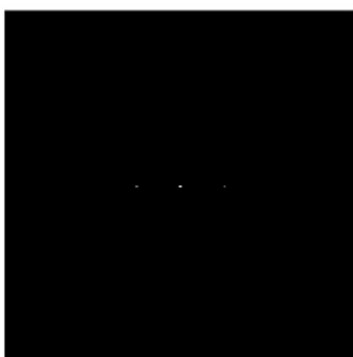
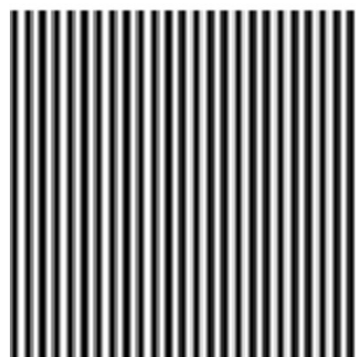
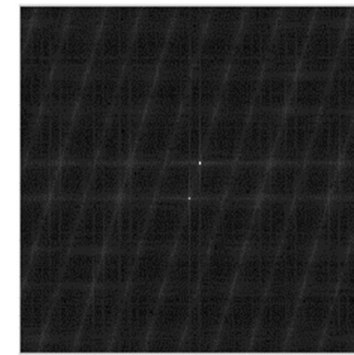
$f(x, y)$



$\text{Shifted } \ln|F(u, v)|$

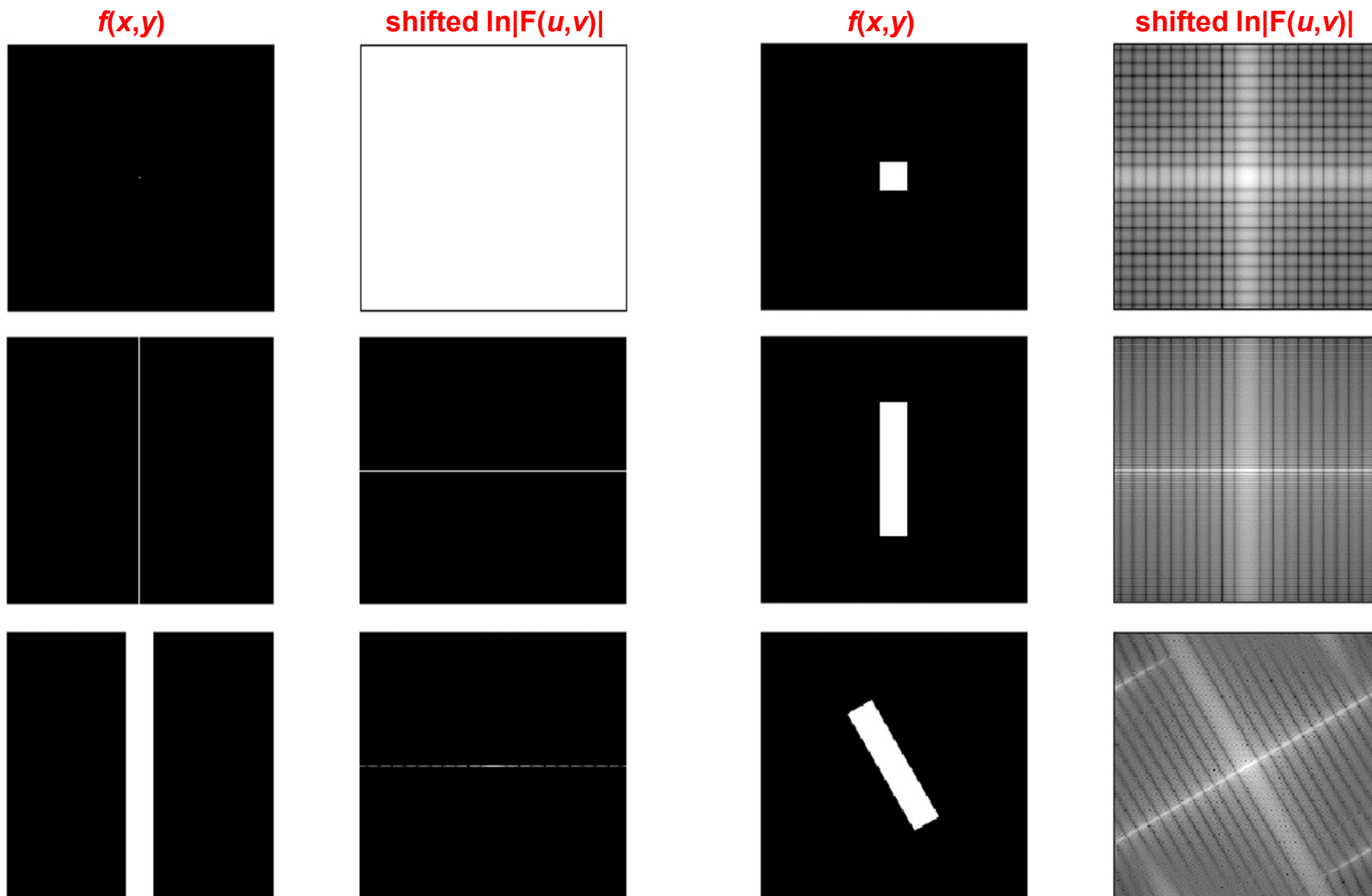


### 3. 2D Fourierova transformace - příklady

 $f(x,y)$ shifted  $\ln|F(u,v)|$  $f(x,y)$ shifted  $\ln|F(u,v)|$ 



### 3. 2D Fourierova transformace - příklady



## 3. Filtrace obrazu v kmitočtové oblasti

### ► Konvoluční teorém

- konvoluci předmětů odpovídá součin jejich spekter a součinu předmětů odpovídá konvoluce spekter

$$f(x, y) * h(x, y) \sim F(u, v) \cdot H(u, v)$$

$$f(x, y) \cdot h(x, y) \sim F(u, v) * H(u, v) \quad , \text{ kde } F(u, v) = \text{FT}\{f(x, y)\}, H(u, v) = \text{FT}\{h(x, y)\}$$

$$f(x, y) * h(x, y) \longleftrightarrow F(u, v) \cdot H(u, v)$$

### ► Filtrace v kmitočtové oblasti

- filtrace lze díky konvolučnímu teorému převést na násobení spekter signálu a filtru

1.  $F(u, v) = \text{FT}\{f(x, y)\}$

2.  $G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v)$  = násobení sobě odpovídajících prvků v maticích (matice musí mít stejný rozměr)

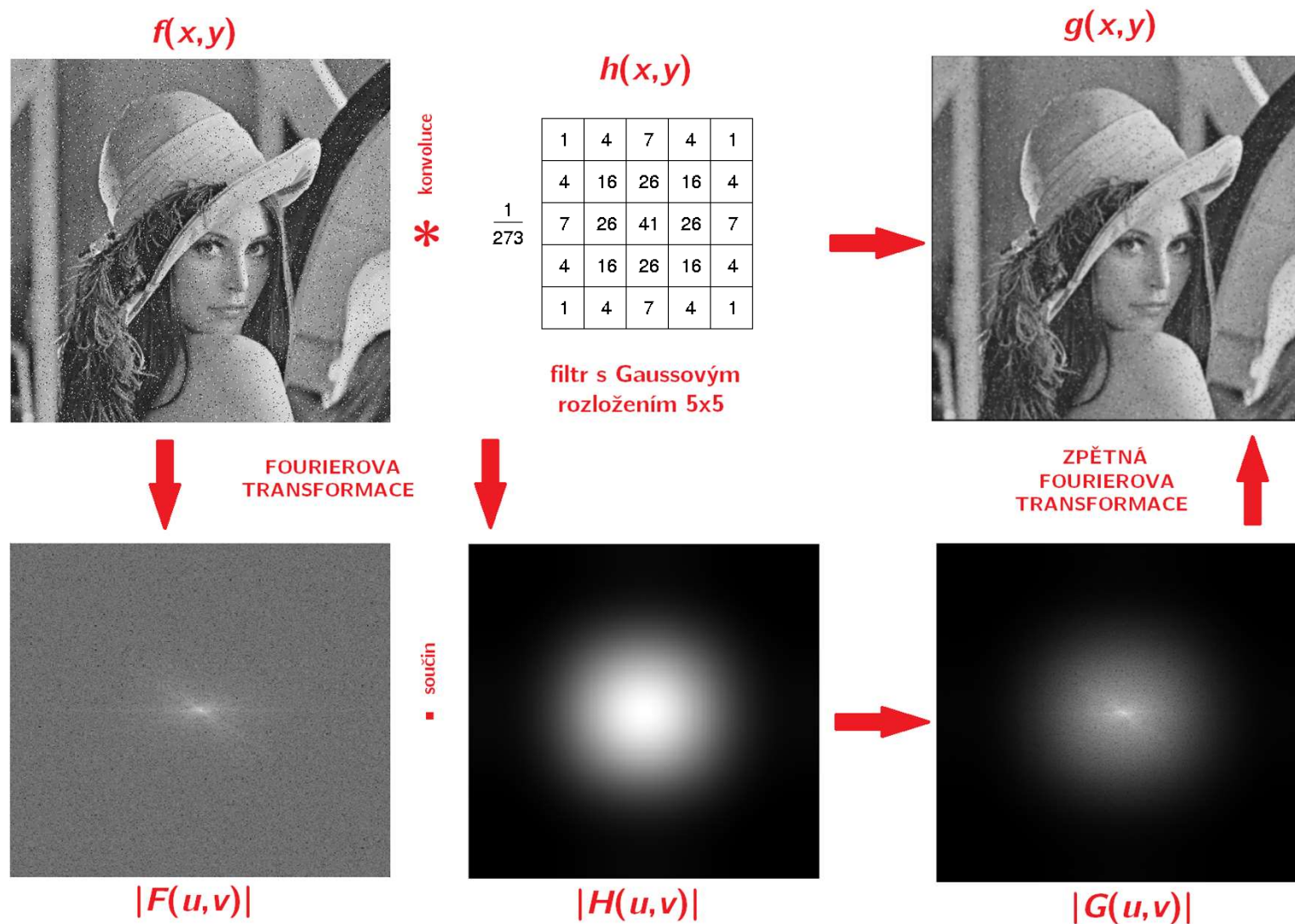
3.  $g(x, y) = \text{FT}^{-1}\{G(u, v)\}$

#### Výhody:

- pro velké matice může být rychlejší
- lze realizovat libovolné typy filtrů - filtry se dají flexibilněji měnit
- podle tvaru křivky filtru je názorně vidět, jaký bude mít účinek - které šumy či detaily v obraze zahladí

### 3. Filtrace obrazu v kmitočtové oblasti

- oba způsoby filtrace - v prostorové i frekvenční oblasti - jsou **ekvivalentní** a dávají identický výsledek (pokud je filtr ve frekv. oblasti FT obrazem konvolučního filtru v prostorové oblasti)



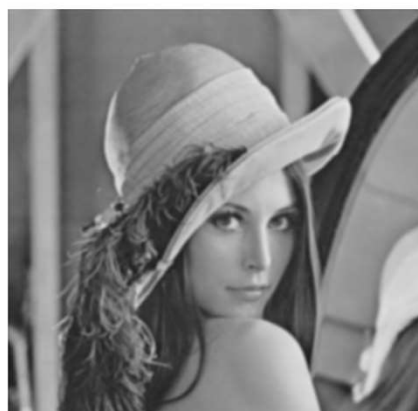
### 3. Filtrace obrazu v kmitočtové oblasti

- ▶ Low pass – dolnofrekvenční filtry → vyhlazování obrazu
- ▶ High pass – hornofrekvenční filtry → zvýraznění hran
- ▶ ↪ pásmové filtry → kromě vyhlazování jsou schopny zaostřovat a zvýrazňovat detaily

$f(x,y)$



low pass

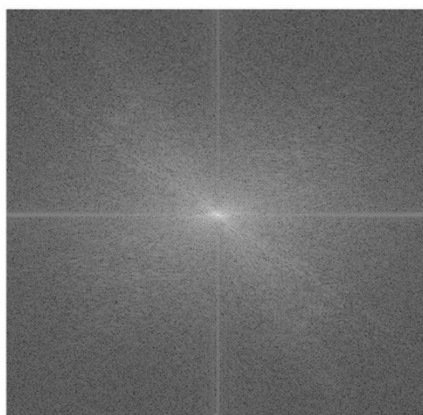


$g(x,y)$

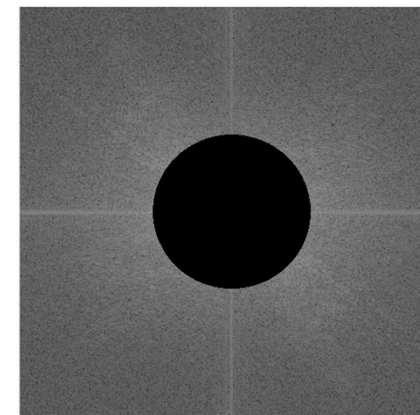
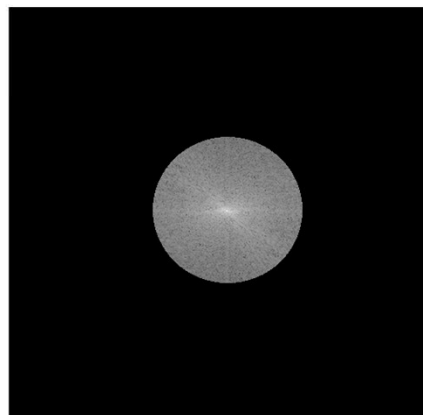


high pass

$|F(u,v)|$

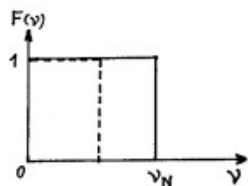


$|G(u,v)|$



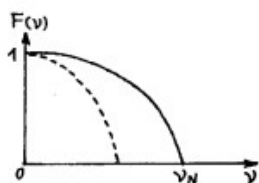
## 3. Filtrace obrazu v kmitočtové oblasti

- **Dolnofrekvenční (low-pass) filtry** - pro nízké frekvence má hodnotu blízkou 1 a pro vysoké frekvence dosahuje nebo se blíží k nule



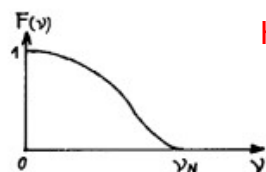
**OBDÉLNÍKOVÝ**

$$F(v) = \begin{cases} 1, & v \leq v_N \\ 0, & v > v_N \end{cases}$$



**KOSÍNOVÝ**

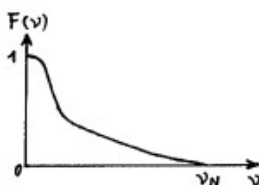
$$F(v) = \begin{cases} \cos \frac{\pi v}{v_N}, & v \leq v_N \\ 0, & v > v_N \end{cases}$$



**HAMMING**

$$F(v) = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha) \cdot \cos \frac{\pi v}{v_N}, & v \leq v_N \\ 0, & v > v_N \end{cases}$$

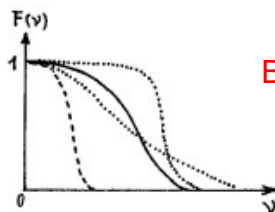
$\alpha$  – form faktor ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )



**PARZEN**

$$F(v) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{v}{v_N}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_N}\right), & v \leq v_N/2 \\ 2 \left(1 - \frac{v}{v_N}\right)^3, & v_N/2 \leq v \leq v_N \\ 0, & v > v_N \end{cases}$$

polynom 2. a 3. stupně



**BUTTERWORTH**

$$F(v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{v}{v_N}\right)^{2n}}$$

$n$  – řád (form-faktor) – určuje strmost filtru

$v_N$  ... „cutoff“

plnou čarou ... slabší filtr

čárkovanou čarou ... silnější filtr

↳ Síla filtrace je nepřímo úměrná ploše pod grafem filtru ve frekv. oblasti

**Další filtry např.:**

- Gaussian,
- Chebyshev,
- Bessel
- ...

**1D** → **2D**

Převzato z:

<http://astronuklfyzika.cz/Filtry.htm>

# Filtrace šumu a poruch

Ilona Janáková



---

Rozvrh přednášky:

1. Řetězec zpracování obrazu.
2. Šum, zkreslení, poruchy.
3. Filtrace šumu.
4. Filtrace ve frekvenční oblasti.
5. **Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch.**

# Rekonstrukce obrazu – filtrace poruch

- ▶ Snaha o potlačení porušení obrazu na základě znalosti charakteru poruchy nebo jejího odhadu
- ▶ čím lepší je znalost degradace, tím lepší jsou výsledky, proto se degradace modelují
  
- ▶ **Modely poruch:**
  - apriorní – parametry poruchy jsou známy nebo lze získat před obnovením  
např. ohodnocení vlastností snímacího zařízení, rozmazání – modelujeme směr a rychlost pohybu, ...
  
  - aposteriorní – znalosti o poruše jsou získávány až analýzou degradovaného obrazu  
určování charakteru poruch vyhledáváním osamělých bodů nebo přímek v obrazu a nalezením odpovídající přenosové funkce po degradaci, odhadování spektrálních vlastností šumu v oblastech obrazu, o kterých víme, že jsou poměrně stejnorodé, ...)

## **METODY:**

1. Bodové jasové korekce
2. Geometrické transformace
3. Rekonstrukce obrazu ve frekvenční oblasti



# 1. Bodové jasové korekce

- ▮ Jas v bodě výstupního obrazu závisí pouze na jasu bodu ve vstupním obrazu = pro úpravu jednoho konkrétního pixelu použijeme jen tento pixel vstupního obrazu

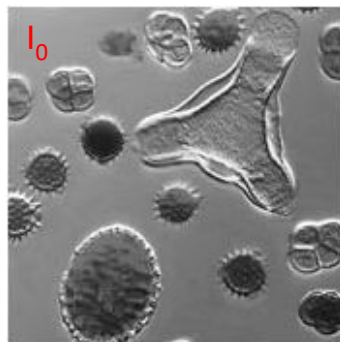
## ▮ Jasová korekce

- poruchy hardwaru - systematické chyby
  - jiná citlivost jednotlivých světlocitlivých prvků snímače + vadné pixely,
  - nerovnoměrné osvětlení,
  - jiná citlivost snímacího a digitalizačního zařízení
- při stálých světelných podmínkách pořídíme obraz o známém rozložení jasu - nejlépe obraz o konstantním jase  $c \Rightarrow f_c(x,y)$

$$e(x,y) = \frac{f_c(x,y)}{c} \quad \longrightarrow \quad f(x,y) = e(x,y) \cdot g(x,y) \quad - \text{ předpokládá se multiplikativní model poruchy } e(x,y)$$

- nebo pořídíme obraz s objektem  $I_o$ , obraz za stejných světelných podmínek bez objektu  $I_f$  – korekce osvětlení a obraz za tmy (zakrytý objektiv)  $I_b$  – korekce nelinearity snímače

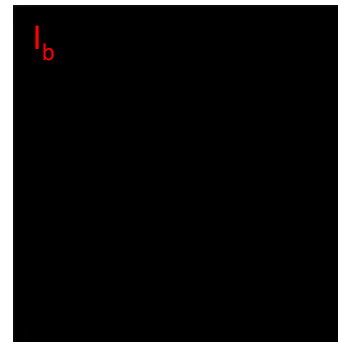
$$f(x,y) = M \cdot \frac{I_o(x,y) - I_b(x,y)}{I_f(x,y) - I_b(x,y)} \quad , \text{ kde konstantou } M \text{ měníme kontrast výsledného obrazu}$$



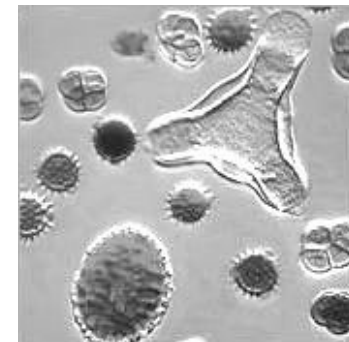
Původní snímek



Snímek pozadí



Snímek za tmy



Obrázek po korekci



## 2. Geometrické transformace

### ► Cíl

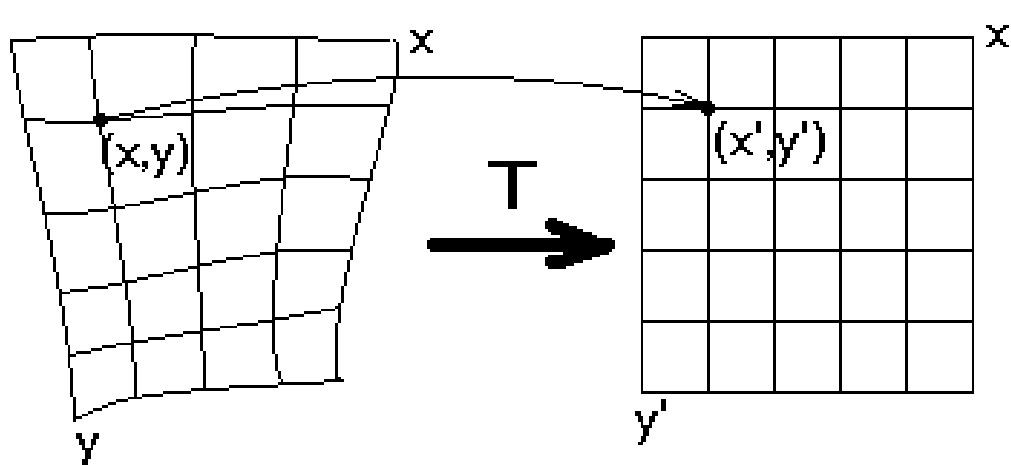
- odstranění geometrických zkreslení – zkosení vůči snímané ploše, širokoúhlé snímače, ...
- změna rozlišení obrazu, posunutí, otočení, zkosení 2D obrazu
- „rovnání prostoru“ (např. letecké snímky)

### ► Dva kroky

- plošná transformace - transformace souřadnic bodů
- jasová transformace - aproximace jasové funkce

### ► Problémy

- obecně nepřijadí diskretním celočíselným souřadnicím ve vstupním obrazu celočíselné souřadnice v obrazu výstupním – mohou vzniknout díry nebo naopak několik pixelů se mapuje na totéž místo
- část původního obrazu může ležet mimo nový obraz
- transformace většinou nejsou invertovatelné



$$f = T(g) :$$

$$x' = Tx(x, y)$$

$$y' = Ty(x, y)$$

## 2. Geometrické transformace – plošná transformace

- Najde k diskrétnímu bodu  $(x,y)$  ve vstupním obrazu odpovídající bod ve výstupním obrazu  $(x',y')$  – obecně spojité souřadnice
- **Určení transformačních vztahů:**
  - jsou dány předem – rotace, zvětšení, zkosení, ...
  - je nutné je hledat na základě znalosti původního i transformovaného obrazu - obvykle pomocí známých (vlíčovacích) bodů, které lze snadno najít v obou obrazech

- Transformační vztahy se většinou aproximují polynomem  $n$ -tého řádu

$$x' = \sum_{r=0}^n \sum_{k=0}^{n-r} a_{rk} x^r y^k, \quad y' = \sum_{r=0}^n \sum_{k=0}^{n-r} b_{rk} x^r y^k$$

- pokud nedochází k náhlým změnám pozic, vystačíme si většinou s polynom do stupně  $n = 3$
- Koeficienty  $a_{rk}$  a  $b_{rk}$  lze určit např. metodou nejmenších čtverců (množiny sobě odpovídajících bodů  $(x,y)$  a  $(x',y')$ )

### Příklady:

#### Bilineární transformace

$$x' = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

$$y' = b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy$$

#### Afinní transformace

$$x' = a_0 + a_1x + a_2y$$

$$y' = b_0 + b_1x + b_2y$$

## 2. Geometrické transformace – plošná transformace

Příklady:

### Radiální zkreslení

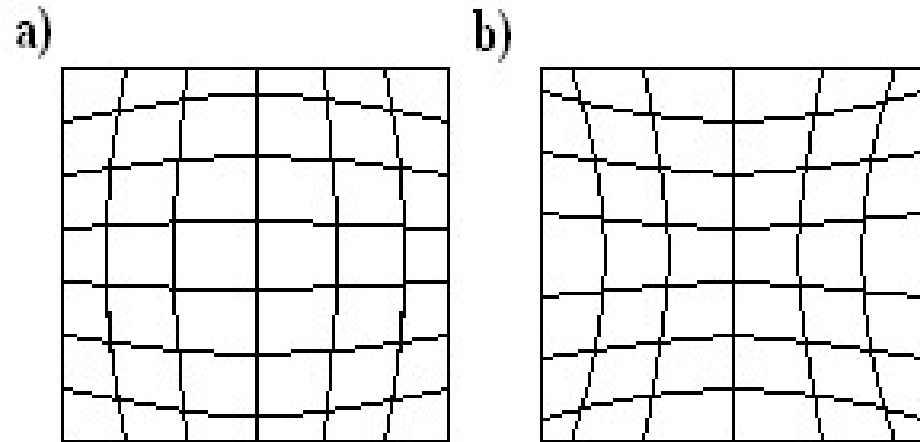
$$x' = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$$

$$y' = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$$

Zjednodušení

- zkreslení je symetrické podle středu obrazu

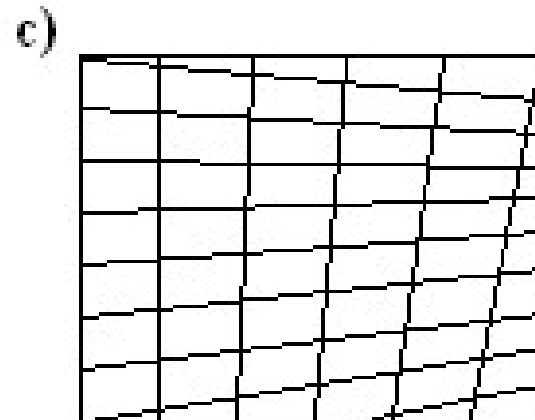
$r$  ... je radiální vzdálenost  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$



### Tangenciální zkreslení

$$x' = x + 2p_1 y + p_2(r^2 + 2x^2)$$

$$y' = y + p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 x$$



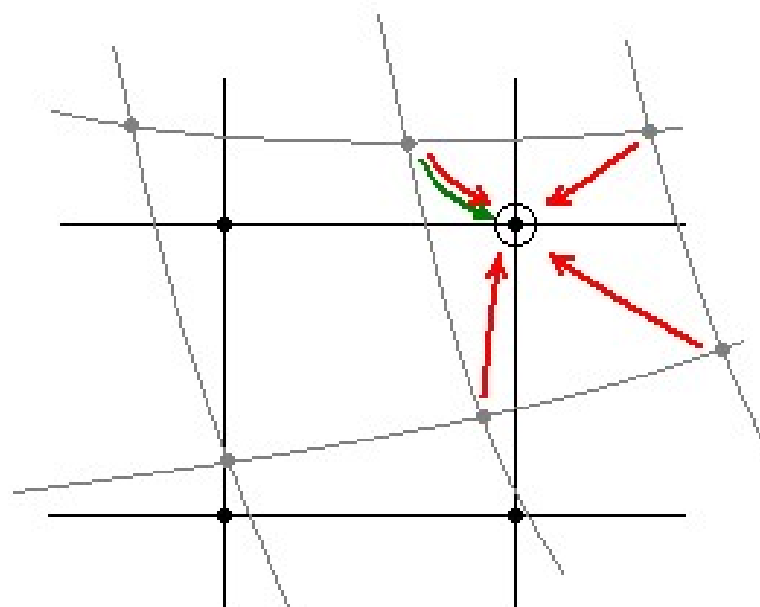
### Otočení obrazu

$$x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha$$

$$y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

## 2. Geometrické transformace – jasová transformace

- ▶ Najde jas, který bude ve výstupním obrazu po geometrické transformaci odpovídat jednotlivým pixelům
- ▶ Transformované souřadnice  $x'$ ,  $y'$  leží mimo rastr, přitom geometricky transformovaný obraz musí být reprezentován maticí
- ▶ Možná řešení:
  - metoda nejbližšího souseda
  - aritmetický průměr čtyř nejbližších sousedů
  - lineární interpolace
  - kubická interpolace
  - ...



- ⊙ bod získaný plošnou transformací
- aritmetický průměr 4 nejbližších sousedů
- nejbližší

### 3. Rekonstrukce obrazu ve frekvenční oblasti

- ▶ Snaha o nalezení modelu poruchy a odhadu jeho parametrů pro konkrétní třídy obrazů (konkrétní aplikace = stejná porucha)
- ▶ → řešení inverzní úlohy k úloze modelování poruchy
- ▶ Obvykle se uvažuje lineární model poruchy (konvoluce přes celý obrázek)

$$g(x, y) = \iint_{(a,b) \in O} f(a, b)h(a, b, x, y)dadb + v(x, y)$$

kde  $f(a,b)$  ... neporušený obraz, který ovšem není k dispozici, proto se jej snažíme zrekonstruovat  
 $g(x,y)$  ... pořízený degradovaný obraz,  
 $v(x,y)$  ... aditivní šum  
 $h(x,y)$  ... prostorově nezávislý model poruchy

$$g(x, y) = (f * h)(x, y) + v(x, y)$$

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)$$

- ▶ Úloha rekonstrukce obrazu spočívá v nalezení rekonstrukčního filtru  $h_R$ , resp.  $H_R$ , tak aby rozdíl mezi požadovaným obrazem  $f$  a výsledným zrekonstruovaným  $f_R$  byl co nejmenší

$$\varepsilon = \|f_R - f\|$$

$$f_R(x, y) = [f(x, y) * h(x, y) + v(x, y)] * h_R(x, y)$$

$$F_R(u, v) = [F(u, v)H(u, v) + N(u, v)]H_R(u, v)$$

## 3. Rekonstrukce obrazu ve frekvenční oblasti

► Příklady dobře modelovatelných degradací:

► **Relativní pohyb mezi objektem a kamerou**

- konstantní pohyb objektu ve směru osy  $x$ , rychlostí  $V$  pod dobu  $T$  (v době otevření závěrky)

$$H(u, v) = \frac{\sin(\pi VTu)}{\pi Vu}$$

► **Rozostřený objekt**

- špatné zaostření tenké čočky při malé hloubce ostrosti ( $J_1$  je Besselova fce prvního řádu,  $r^2 = u^2 + v^2$ ,  $a$  je posun v obrazu)  
– model je prostorově závislý

$$H(u, v) = \frac{J_1(ar)}{ar}$$

► **Turbulence atmosféry**

- poruchy způsobeny tepelnými nehomogenitami v atmosféře (tetelení vzduchu), které vedou k mírnému ohýbání procházejícího světla, např. v dálkovém průzkumu Země nebo v astronomii  
( $c$  je konstanta daná typem turbulence, určuje se většinou experimentálně)

$$H(u, v) = e^{-c(u^2 + v^2)^{5/6}}$$

### 3. Rekonstrukce obrazu ve frekvenční oblasti

#### ▮ Inverzní filtrace

- pro obrazy, které nejsou zatíženy aditivním šumem  $N(u,v)$  lze rekonstrukční filtr  $H_R(u,v)$  a rekonstruovaný obraz  $F_R(u,v)$  zapsat:

$$H_R(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \quad F_R(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} = R(u, v)$$

- u obrazů se šumem = šumová katastrofa - projeví se aditivní chyba (inverzní filtr systému DP je HP jehož přenos roste s frekvencí nade všechny meze – šumové složky jsou v horní části pásma mimořádně zesíleny)

$$F_R(u, v) = R(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

Pseudoinverzní filtrace - použití inverzní filtraci jen v takovém okolí počátku roviny  $u,v$ , kde  $H(u,v)$  spolehlivě dominuje nad  $N(u,v)$  = nízké frekvence

#### ▮ Wienerova filtrace

- vhodné i pro nezanedbatelný šum - šum má odhadnutelné statistické vlastnosti a je nezávislý na signálu
- minimalizace středněkvadratické chyby mezi  $f$  - správný (ale nepozorovaný) obraz a  $\hat{f}$  - odhad správného obrazu

$$MSE = E[f(x, y) - \hat{f}(x, y)] \quad H_R(u, v) = \frac{S_{fv}(u, v)}{S_{vv}(u, v)} = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_{vv}(u, v)}{S_{ff}(u, v)}}$$

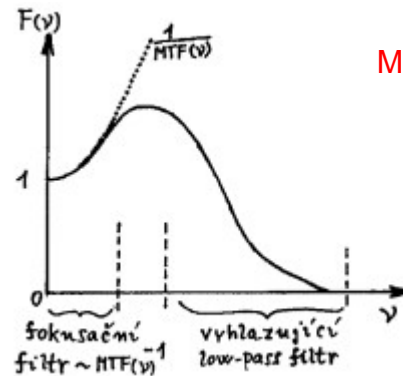
- nejjednodušší odhad spektrální výkonové hustoty původního nezrekonstruovaného obrazu  $S_{ff}(u,v)$  je uvažovat spektrální hustotu šumu  $S_{vv}(u,v) = \sigma^2$ , a tedy:

$$S_{ff}(u, v) \approx S_{gg}(u, v) - \sigma^2$$

## 3. Rekonstrukce obrazu ve frekvenční oblasti

### ► Pásmové filtry

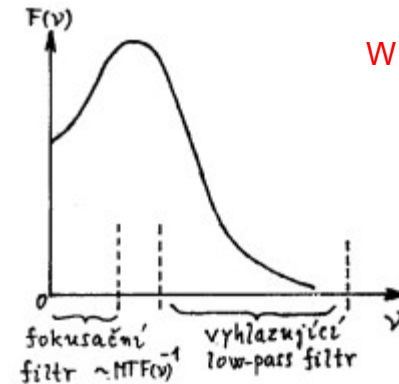
- jsou schopny zaostřovat a zvýrazňovat detaily - současně s vyhlazováním
- skládají se ze dvou částí:
  - počáteční vzestupná část – zesílení vyšších frekvencí = fokusace (zaostřování detailů v obraze)
  - plynule navazující klesající část – jako u low-pass filtrů = vyhlazení statistických fluktuací (šumů)



METZ

$$F(v) = \frac{1}{MTF(v)} \cdot \left[ 1 - (1 - MTF(v)^2)^k \right]$$

MTF(v) ... modulační přenosová fce  
k ... form-faktor – určuje relativní zastoupení  
fokusovací a vyhlazovací části



WIENER

Obrázky převzaty z: <http://astronuklfyzika.cz/Filtry.htm>

### ► Homomorfnní filtr

- je schopný normalizovat současně jas přes celý snímek a zvýšit kontrast, potlačit multiplikativní (signálově závislý) šum
- hlavní myšlenka spočívá v 1. použití funkce logaritmu pro oddělení komponent osvětlení  $i$  a odrazivosti  $r$ , 2. potom filtrace ve frekvenční oblasti, 3. převod zpět do prostorových souřadnic a 4. návrat z logaritmu

$$1. z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y)$$

$$2. S(u, v) = H(u, v)I(u, v) + H(u, v)R(u, v)$$

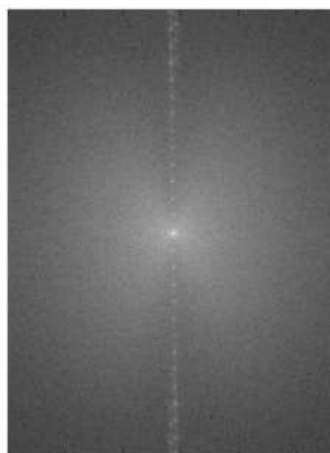
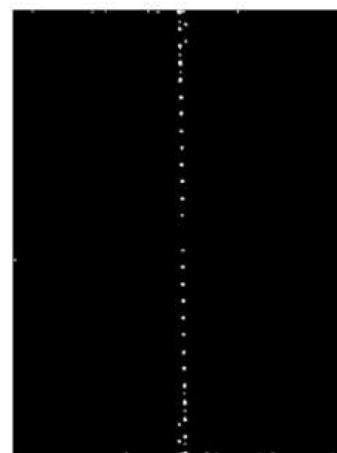
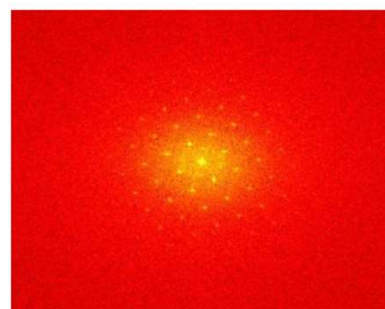
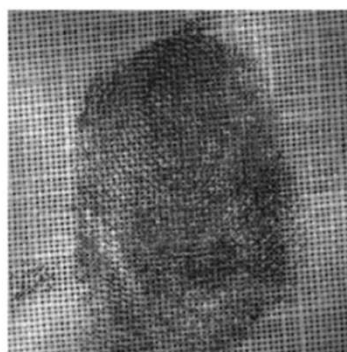
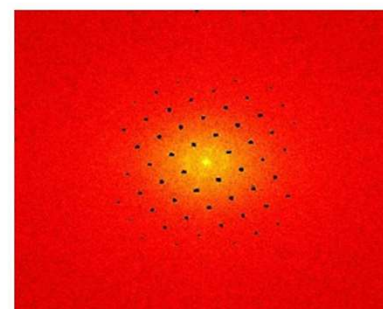
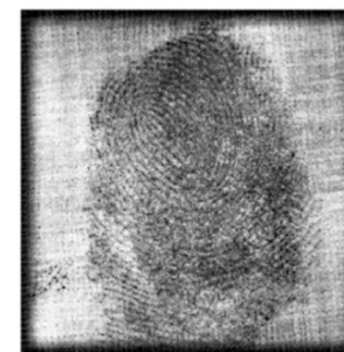
$$3. s(x, y) = FT^{-1}\{S(u, v)\}$$

$$4. g(x, y) = \exp(s(x, y))$$



# Filtrace obrazu v kmitočtové oblasti

## ► Příklad speciálních filtrů pro danou úlohu

 $|F(u,v)|$ remove  
peaksjoin lines  
removed $|F(u,v)|$ remove  
peaksPeriodic background  
removed